

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL  
CADASTRO TÉCNICO MULTIFINALITÁRIO E GESTÃO  
TERRITORIAL**

**RICARDO ANDRÉ HORNBURG**

**AVALIAÇÃO EM MASSA DE IMÓVEIS USANDO  
ESTATÍSTICA BAYESIANA**

Tese de Doutorado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Norberto Hochheim, Dr.

**Florianópolis, 2015.**

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

HORNBERG, RICARDO ANDRÉ  
AVALIAÇÃO EM MASSA DE IMÓVEIS USANDO ESTATÍSTICA  
BAYESIANA / RICARDO ANDRÉ HORNBERG ; orientador, Norberto  
Hochheim - Florianópolis, SC, 2015.  
133 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil.

Inclui referências

1. Engenharia Civil. 2. Planta de Valores Genéricos. 3.  
Avaliação em Massa. 4. Estatística Bayesiana. 5. Krigagem.  
I. Hochheim, Norberto . II. Universidade Federal de Santa  
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.  
III. Título.

**RICARDO ANDRÉ HORNBERG**

**AVALIAÇÃO EM MASSA DE IMÓVEIS USANDO  
ESTATÍSTICA BAYESIANA**

Tese de Doutorado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

---

Prof. Dr. Glicério Trichês – Coordenador do PPGEC

---

Prof. Dr. Norberto Hochheim – Orientador e Moderador – UFSC/ECV

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

---

Prof. Dr. Antonio Edésio Jungles – UFSC/PPGEC

---

Prof. Dr. Ing. Jürgen Wilhelm Philips – UFSC/ECV

---

Prof. Dr. Jucilei Cordini – UFSC/ECV

---

Profª Drª Vilma Mayumi Tachibana – UNESP/FCT

---

Prof. Dr. Mauro Antonio Homem Antunes – UFRRJ/DENG



*“E tudo o quando pedirdes em meu nome,  
isso farei, a fim de que o pai seja glorificado no Filho.  
Se me pedirdes alguma coisa em meu nome,  
eu o farei.”*

– JOÃO, 14: 13-14



*Aos meus pais Nelso e Márcia*





## AGRADECIMENTOS

Ao concluir o presente trabalho, gostaria de agradecer as pessoas que de alguma forma direta e indireta ajudaram na sua realização.

Primeiramente a DEUS por ter me abençoado neste estudo em nome de Jesus Cristo.

À minha família, em especial aos meus pais Nelso e Márcia Hornburg, e a minha linda e querida esposa Pâmella Hornburg que me apoiaram de todas as formas me dando tranquilidade para que pudesse concluir este trabalho.

Aos meus amigos que de alguma forma, direta ou indireta, ajudaram nessa caminhada.

Ao Francisco Wellington Melo Viana por ter fornecido os dados da prefeitura municipal de Balneário Camboriú/SC que foram necessários para a elaboração da tese. E também ao Luciano Vecchi Biolo que ajudou na coleta de dados com seu conhecimento e experiência.

Ao professor Dr. Norberto Hochheim, pela sua orientação, paciência e ajuda na realização desta tese.

Ao professor Dr. Ing. Jürgen Wilhelm Philips, pela sua colaboração durante o período de elaboração desta tese e na realização do doutorado sanduíche.

Ao professor Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jörg Blankenbach pela orientação e acolhimento no Geodätisches Institut und Lehrstuhl für Bauinformatik & Geoinformationssysteme na RWTH Aachen University durante o período de doutorado sanduíche realizado na Alemanha.

À Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior – CAPES, pela bolsa de estudos concedida durante o período de doutorado sanduíche.

Aos membros da banca, por terem aceitado o convite para participarem da defesa.

À Universidade Federal de Santa Catarina, pela oportunidade de realização do doutorado.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

E a todas as pessoas que colaboram e incentivaram para a conclusão do presente trabalho.

A todos estes meus sinceros agradecimentos.

## RESUMO

Uma das grandes dificuldades que se tem na avaliação em massa de imóveis é encontrar um modelo que mostre a realidade do mercado de imóveis para que se possa construir uma Planta de Valores Genéricos (PVG). Objetiva-se encontrar um método usando a estatística Bayesiana que seja capaz de estimar o valor dos imóveis. Os métodos de regressão e de Krigagem são usados neste trabalho em forma combinada para estimar o valor da localização dos imóveis. A técnica da Krigagem Bayesiana possibilita estimar valores de variáveis espacialmente distribuídas a partir de valores adjacentes considerados como interdependentes. Dessa maneira, a Krigagem é considerada um método de médias móveis. O semivariograma é a ferramenta básica de suporte às técnicas de Krigagem, permitindo representar quantitativamente a variação de um fenômeno regionalizado no espaço. Uma aplicação do método encontrado é realizada para uma amostra de mercado para a avaliação em massa de imóveis que é aplicado no bairro centro da cidade de Balneário Camboriú (SC). O método proposto permitiu encontrar o melhor método de avaliação através da geoestatística, pois foi constatada dependência espacial nos imóveis da amostra.

**Palavras Chave:** Planta de Valores Genéricos, Avaliação em Massa, Estatística Bayesiana, Krigagem.



## ABSTRACT

One of the greatest difficulties in bulk value appraisal of buildings is to find a model that shows the reality of the real estate market so you can build a Standard Ground Value (SGV). The objective is to find a method using Bayesian statistics to be able to estimate the value of real estate. The methods of regression and Kriging are used in this work on a combined basis for estimating the value of the location of the property. The technique of Bayesian Kriging allows estimating variable of values, spatially distributed from adjacent values that are considered as interdependent. Thus, the Kriging is considered a method of moving averages. The semivariogram is the basic tool that supports the Kriging techniques, allowing quantitatively represent the variation of a regionalized phenomenon in space. An application of the method found is performed to a market sample for bulk value appraisal of real estate that is applied to the downtown part of the city Balneário Camboriú (SC). The proposed method allowed to find the best method of evaluation by geostatistics, as presented spatial dependence in the properties of the sample.

**Keywords:** Standard ground value, Bulk Value Appraisal, Bayesian Statistics, Kriging.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Parâmetros do semivariograma.....	41
Figura 2. Modelos transitivos de semivariograma. ....	43
Figura 3. Modelos potência.....	45
Figura 4. Representação gráfica do modelo Família Matérn para $k=0,1$ , $k=0,2$ , $k=0,5$ , $k=1$ e $k=2$ . Fonte: Minasny e McBratney (2005).....	46
Figura 5. Distribuição espacial de uma variável. ....	48
Figura 6. Fórmula alternativa. ....	54
Figura 7. Fluxograma. ....	71
Figura 8. Etapas da metodologia geoestatística Bayesiana. ....	72
Figura 9. Imagens de Balneário Camboriú nos anos 60 e 70. ....	76
Figura 10. Localização da cidade de Balneário Camboriú no Brasil. ...	80
Figura 11. Localização da orla de Balneário Camboriú. ....	81
Figura 12. Área de aplicação do método com apontamento das amostras coletadas. ....	81
Figura 13. Semivariograma experimental omnidirecional ou isotrópico do VU.....	85
Figura 14. Poder de predição para os modelos.....	101
Figura 15. Krigagem para variável VU usando método SLM para os imóveis avaliando.....	104
Figura 16. Krigagem para variável VU usando método SLM para os imóveis avaliando dividida em três setores.....	105
Figura 17. Krigagem para variável VU usando método SLM para os imóveis avaliando dividida em três setores.....	106





## LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Valores da Regressão para o modelo das variáveis de formação dos valores.....	84
Quadro 2. Testes de autocorrelação espacial do modelo.....	86
Quadro 3. Modelo da defasagem espacial. Variáveis independentes....	87
Quadro 4. Resultados do modelo da defasagem e de mínimos quadrados. ....	87
Quadro 5. Valores calculados em $m^2$ para a amostra. ....	89
Quadro 6. Resumo das estimativas <i>a posteriori</i> . ....	96
Quadro 7. Valores calculados em $m^2$ para a amostra. ....	96
Quadro 8. Apartamentos paradigmas. ....	101
Quadro 9. Valores calculados em $m^2$ para a amostra através de Krigagem.....	102
Quadro 10. Parâmetros de desempenho da avaliação em massa. ....	107
Quadro 11. Valores padronizados para avaliação em massa propostos pela IAAO. ....	107



## SUMÁRIO

1.INTRODUÇÃO .....	21
1.1 Identificação do Problema .....	22
1.1.1 Pergunta Problema.....	22
1.2 Justificativa .....	23
1.3 Objetivos.....	24
1.3.1 Objetivo Geral .....	24
1.3.2 Objetivos Específicos .....	24
1.4 Aspectos Inéditos .....	25
1.5 Relevância do Trabalho.....	25
2.FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	27
2.1 Cadastro Fiscal.....	27
2.2 Planta de Valores Genéricos.....	29
2.3 Avaliação Imobiliária.....	30
2.4 Modelos de Regressão Espacial.....	32
2.4.1 Modelo de Defasagem Espacial .....	33
2.4.2 Modelo do Erro Espacial .....	34
2.4.3 Testes de especificações .....	34
2.4.3.1 Teste I de Moran .....	34
2.4.3.2 Testes <i>LM</i> .....	35
2.4.4 Regressão espacial na modelagem do valor dos imóveis .....	38
2.5 Geostatística.....	38
2.5.1 Teoria das Variáveis Regionalizadas.....	38
2.5.2 Modelos Teóricos de Semivariograma .....	42
2.5.2.1 Modelo Exponencial .....	44
2.5.2.2 Modelo Esférico .....	44
2.5.2.3 Modelo Gaussiano .....	44
2.5.2.4 Modelo Potência.....	44
2.5.2.5 Modelo Matérn.....	45
2.5.2.6 Anisotropia .....	47
2.5.3 Técnicas de Krigagem .....	47
2.6 Estatística Bayesiana.....	51
2.6.1 Teorema de Bayes .....	51
2.6.1.1 Distribuição <i>a priori</i> .....	56
2.6.1.2 Distribuição <i>a posteriori</i> .....	62
2.6.1.3 Função de Verossimilhança.....	63
2.6.2 Inferência Bayesiana .....	63
2.7 Análise do desempenho nas avaliações em massa.....	67

3.MÉTODO .....	69
4.APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO .....	75
4.1 Área de estudo.....	75
4.2 Pesquisa de Mercado.....	76
4.2.1 Base de dados .....	77
4.3 Mapa de localização.....	80
4.4 Variáveis analisadas.....	82
5.RESULTADOS E ANÁLISES .....	83
5.1 Modelos de Regressão.....	83
5.1.1 Regressão linear múltipla para as variáveis formadoras de valor dos apartamentos .....	83
5.1.2 Regressão espacial.....	85
5.1.3 Regressão linear Bayesiana para as variáveis formadoras de valor dos apartamentos .....	96
5.2 Krigagem para avaliação em massa de imóveis.....	101
5.2.1 Krigagem Bayesiana para Valores Unitários calculados com o modelo de regressão espacial na defasagem.....	103
5.3 Análise do resultado da avaliação em massa.....	107
6.CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	109
6.1 Conclusões.....	109
6.1.1 Sobre o modelo de regressão para as variáveis formadoras de valor.....	109
6.1.2 Sobre regressão e autocorrelação espacial.....	109
6.1.3 Sobre construção da matriz de pesos .....	109
6.1.4 Sobre a geoestatística na avaliação em massa de imóveis .....	109
6.1.5 Sobre a Krigagem Bayesiana.....	110
6.1.6 Sobre a aplicação do método para a avaliação em massa de imóveis .....	110
6.2 Recomendações para futuros trabalhos.....	111
7.REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	113
APÊNDICE .....	127

## 1. INTRODUÇÃO

A aprovação da lei de responsabilidade fiscal dos Estados e municípios brasileiros impôs a essas entidades políticas o controle dos gastos, condicionado à capacidade de arrecadação de tributos. Isso gerou a necessidade de um maior planejamento, em especial, no que se refere aos municípios, do imposto sobre a propriedade urbana, também conhecido como Imposto Predial e Territorial Urbano (IPTU), o qual é calculado como um percentual do valor venal dos imóveis.

Na avaliação dos imóveis procura-se encontrar modelos estatísticos adequados que considerem as reais condições e fatores locais do mercado imobiliário.

As variáveis encontradas para explicar o valor de um determinado subconjunto de imóveis, não são necessariamente as mesmas para um outro subconjunto de imóveis. Para tanto, em alguns casos deve-se retirar variáveis e acrescentar outras, pois cada subconjunto de imóveis pode ter suas próprias características que não são necessariamente iguais aos outros subconjuntos.

Na engenharia de avaliação, os modelos estatísticos são de suma importância para a elaboração da Planta de Valores Genéricos (PVG), que permitem que as prefeituras possam determinar o Imposto Predial Territorial Urbano (IPTU) com máxima equidade.

Uma grande dificuldade que se tem na utilização de métodos econométricos, na busca de modelos de avaliação, está em considerar a variável localização que pode valorizar ou desvalorizar os imóveis.

A exclusão da localização na modelagem pode causar sérios problemas de predição, pois dados localizados espacialmente (que é o caso dos imóveis), em geral, apresentam autocorrelação ou covariância espacial. Preditores que não levam isso em consideração estão muito longe da realidade (CRESSIE, 1993).

As variáveis de localização que não são representadas e modeladas corretamente podem gerar problemas nos modelos de regressão. Além da perda do poder de explicação do modelo, pode provocar a autocorrelação espacial nos resíduos do modelo pelo tratamento incompleto ou inadequado dos fatores de localização.

Buscando soluções teóricas e de cunho metodológico para estes problemas, existem duas técnicas estatísticas diferentes para o tratamento e modelagem dos efeitos espaciais nos dados de mercado que são as técnicas de regressão espacial e as técnicas de geoestatística.

Para tanto, pretende-se, neste trabalho, apresentar um método adequado para avaliação em massa de imóveis, combinando o uso da regressão espacial e da Krigagem Bayesiana.

## **1.1 Identificação do Problema**

As três esferas da administração pública, em especial os municipais, carecem de uma Planta de Valores Genéricos (PVG) atualizada e que tenham como base o valor da localização (VL).

Alguns impostos municipais como, por exemplo, o IPTU, são baseados em função dos valores venais dos imóveis.

Segundo Silva (2006), as distorções nos valores fiscais (pseudovenais) levam, anualmente, à abertura de inúmeros processos de pedidos de revisão do IPTU nas Secretarias de Finanças Municipais. No que diz respeito ao emprego da avaliação coletiva de imóveis para imposições de tributos imobiliários, uma das questões mais preocupantes é a iniquidade fiscal.

Muitas vezes quando a PVG é calculada através de métodos estatísticos, a variável de localização não é considerada, pois, normalmente, são usados métodos tradicionais de regressão linear múltipla.

Ao longo do tempo, a vizinhança em torno dos imóveis vem mudando, como por exemplo, abertura e fechamento de um comércio local, investimentos públicos, novos empreendimentos econômicos e sociais, entre outros. Por motivos como esses, o valor da localização é de suma importância na avaliação de imóveis.

Para Trivelloni (2005), as variáveis ou fatores de localização que não são corretamente especificados e modelados podem gerar outro tipo de problema nos modelos de regressão. Além da perda de poder de explicação do modelo, o tratamento incompleto ou inadequado de fatores de localização pode provocar a autocorrelação espacial nos resíduos do modelo.

### **1.1.1 Pergunta Problema**

A avaliação imobiliária pode ser melhorada, ou seja, os valores calculados serem condizentes com a realidade local com o uso de técnicas de geoestatística bayesiana?

## 1.2 Justificativa

Muitos municípios brasileiros encontram-se com seus cadastros fiscais desatualizados. Por vezes, as técnicas de avaliação usadas ainda são baseadas em grande parte na estatística descritiva (fatores de homogeneização), sendo que estas técnicas não têm apresentado resultados satisfatórios para determinar o valor do imóvel.

Segundo Galvão et al. (2008), cada vez mais as decisões precisam de agilidade e precisão. Para que os municípios arrecadem de forma justa através dos tributos referentes aos imóveis nele localizados é imprescindível informações precisas apoiadas por instrumentos que facilitem administrar com eficiência essas informações que precisam estar disponíveis no cadastro tributário.

No final da década de 90, foram feitas algumas propostas para aperfeiçoar os cálculos de atualizações das Plantas de Valores Genéricos. Essas propostas foram baseadas nos métodos de inferência estatística por regressão múltipla. No uso da regressão linear múltipla, a maior dificuldade é encontrar um modelo econométrico que seja aceitável e que reflita a realidade do mercado imobiliário (PHILIPS, 1996).

Um outro problema encontrado na avaliação em massa dos imóveis é a forma como é feito o tratamento da variável localização, pois as técnicas tradicionais de inferência estatística podem levar a resultados ineficientes na presença de autocorrelação espacial dos resíduos dos modelos, levando a procurar e pesquisar as técnicas de estatística espacial para o tratamento de dados do mercado imobiliário (TRIVELLONI; HOCHHEIM, 2006).

O objetivo da inferência por meio da análise de regressão é encontrar uma função linear que permita compreender a relação entre os elementos, além de estimar uma variável em função de uma ou mais variáveis (RADEGAZ, 2011).

Para Thofehrn (2010), o método comparativo direto de dados de mercado é o mais utilizado na avaliação de imóveis urbanos. E segundo Dantas (2005) é aquele em que o valor do bem é estimado através da comparação com dados de mercado assemelhados quanto às características intrínsecas e extrínsecas, ou seja, imóveis similares que foram comercializados ou encontram-se em oferta.

Métodos Bayesianos ainda não são usados na avaliação em massa de imóveis, e segundo Barros et al. (2008):

“Na inferência clássica, os parâmetros do modelo de regressão são vistos como quantidades fixas,

mesmo que desconhecidas. Na inferência Bayesiana, o conhecimento que se tem sobre os parâmetros do modelo pode ser quantificado através de uma distribuição de probabilidade. Essa distribuição de probabilidade é denominada distribuição a priori do parâmetro, em que esta reflete a informação que o pesquisador tem sobre os parâmetros. As inferências para os parâmetros do modelo de regressão são obtidas pela distribuição a posteriori de cada parâmetro.”

E ainda segundo Barros et al. (2008), na inferência Bayesiana, os intervalos para os parâmetros do modelo (intervalos de credibilidade) são obtidos diretamente da distribuição a posteriori dos parâmetros.

Reis (2005) escreve que a estatística Bayesiana pode ser utilizada como método de inferência na análise estatística de dados espaciais. Em geral, o objetivo da inferência estatística é estimar parâmetros de uma certa população e/ou testar hipóteses sobre eles, através de uma amostra extraída desta população. Para o mesmo autor, na inferência clássica, toda informação sobre o parâmetro a ser estimado está contida na amostra e expressa através da chamada função de verossimilhança (REIS, 2005).

Este trabalho pretende demonstrar a importância do uso da estatística Bayesiana como forma de considerar a variável localização da melhor forma possível.

### **1.3 Objetivos**

#### **1.3.1 Objetivo Geral**

Encontrar um método capaz de determinar valores de mercado para avaliação em massa de imóveis, através do uso da estatística Bayesiana.

#### **1.3.2 Objetivos Específicos**

- 1) Verificar a dependência espacial a partir do semivariograma;
- 2) Comparar valores de duas variáveis aleatórias (o valor unitário VU e o erro espacial) obtidos pela Geoestatística Clássica (Krigagem Ordinária) e pela Geoestatística Bayesiana



(Krigagem Bayesiana), usando distribuições a priori relacionadas à distância entre os pontos (podendo inclusive utilizar a matriz de pesos de Anselin como priori) e distribuições a prioris sobre os parâmetros estatísticos do modelo Gaussiano;

- 3) Desenvolver uma aplicação prática, em Balneário Camburiú, do uso da estatística Bayesiana visando verificar a aplicabilidade do método para avaliação em massa.

#### **1.4 Aspectos Inéditos**

Como aspectos inéditos podem ser citados o uso da regressão Bayesiana e o uso da Krigagem Bayesiana para a avaliação em massa de imóveis.

As técnicas encontradas nos trabalhos que já foram realizados e testados antes deste, foram: regressão linear múltipla, regressão por superfície de tendência, estatística espacial, Krigagem simples e ordinária, entre outros.

Neste trabalho, pretende-se encontrar um método de avaliação em massa de imóveis através do uso da estatística Bayesiana para a estimação de valores que condizem com a realidade do local onde este método for aplicado.

#### **1.5 Relevância do Trabalho**

O fator localização é aceito na maioria das vezes como um dos principais, senão o principal agente de influência para auferir valor ao imóvel.

Algumas literaturas, com em Dantas (2003) e Camargo (2007), têm proposto estratégias para medir o valor da localização na avaliação imobiliária, possíveis influências do entorno dos imóveis, mas existem grandes dificuldades, principalmente quando se trata de imóveis urbanos, devido, em parte, que cada cidade tem suas peculiaridades.

Para Trivelloni (2005), a dependência espacial existente no valor dos imóveis, produzida principalmente pelos fatores de localização, tem mostrado que as técnicas tradicionais de inferência estatística podem levar a resultados ineficientes na presença de autocorrelação espacial dos resíduos dos modelos, levando a procurar e pesquisar as técnicas de estatística espacial para o tratamento de dados do mercado imobiliário. Duas grandes escolas metodológicas de

estatística espacial têm sido propostas: a que propõe usar métodos de econometria espacial e a que propõe usar métodos geoestatísticos, tentando modelar estes efeitos (TRIVELLONI, 2005).

A econometria propõe uma abordagem não-paramétrica concebida por Anselin (DANTAS, 2003), baseado em uma matriz de distâncias e autocorrelação. Já a geoestatística é capaz de formular modelos paramétricos, com maior precisão e eficiência que os não-paramétricos (CAMARGO; FUCKS, 2001).

Dentre as abordagens desses modelos geoestatísticos tem-se a escola clássica e a Bayesiana.

Segundo Rossi e Gasparini (2012), a estatística frequentista (ou clássica) baseia-se na regularidade estatística das frequências relativas e sustenta que a probabilidade de um dado acontecimento pode ser medida observando a frequência relativa do mesmo evento, em uma sucessão numerosa de amostras idênticas e independentes. A principal limitação desta teoria é só poder aplicar-se em situações que possam repetir-se indefinidamente nas mesmas circunstâncias (PAULINO et al., 2003).

Por outro lado, segundo Rossi e Gasparini (2012), a metodologia Bayesiana vem sendo proposta como uma opção na análise de dados, possibilitando a obtenção de estimativas pontuais e intervalos de credibilidade para as distribuições a posteriori dos parâmetros, sem aproximações ou uso de pressuposições de normalidade, representando uma vantagem sobre os métodos frequentistas (FALCÃO et al., 2004). Outra vantagem é a possibilidade de incluir na análise não só as informações procedentes da amostra, mas também de experimentos passados e/ou experiências de especialistas através do grau de confiança no banco de dados.

Neste contexto, o presente trabalho pretende encontrar um modelo de avaliação em massa de imóveis usando de forma combinada a estatística Bayesiana com a Krigagem, para a predição de valores em um local escolhido pelo pesquisador e que os resultados obtidos sejam condizentes com a realidade do local.

## **2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **2.1 Cadastro Fiscal**

Haesbaert (2006) analisa o território em três aspectos: jurídico-política, cultural e econômica:

- política (referida às relações espaço-poder em geral) ou jurídico-política (relativa também a todas as relações espaço-poder institucionalizadas): a mais difundida, onde o território é visto como um espaço delimitado e controlado, através do qual se exerce um determinado poder, na maioria da vezes – mas não exclusivamente – relacionado ao poder político do Estado (HAESBAERT, 2006);

- cultural (muitas vezes culturalista) ou simbólico-cultural: prioriza a dimensão simbólica e mais subjetiva, em que o território é visto, sobretudo, como o produto da apropriação/valorização simbólica de um grupo em relação ao seu espaço vivido (HAESBAERT, 2006);

- econômica (muitas vezes economicista): menos difundida, enfatiza a dimensão espacial das relações econômicas, o território como fonte de recursos e/ou incorporado no embate entre classes sociais e na relação capital-trabalho, como produto da divisão “territorial” do trabalho, por exemplo (HAESBAERT, 2006).

Para Pelegrina e Valmorbida (2010), o cadastro fiscal é de competência dos municípios, sendo de abrangência local. Mas não existe um órgão público e oficial com responsabilidade legal sobre as medições cadastrais urbanas. Até o momento, não existe um cadastro público, unificado e padronizado, multifuncional e moderno, com todos os dados técnicos, legais e gráficos para as propriedades imobiliárias, relacionados a terrenos e edificações, (HASENACK; CABRAL, 2008).

O cadastro fiscal pode ser definido como um inventário dos imóveis que proporciona a informação necessária para determinar o valor de cada imóvel e o imposto correspondente.

Para Pelegrina et al. (2008):

“Um cadastro eficaz e consistente começa pela concepção correta do BIC (Boletim de Informações Cadastrais). O estudo e a eleição de cada um dos campos, onde serão armazenadas as informações cadastrais, constituem-se de importantes procedimentos prévios à organização de qualquer cadastro.”

E para Philips (2003), Napoleão Bonaparte já ensinava:

“um bom cadastro é aquele que tem o maior número de informações necessárias e o menor número de informações desnecessárias.”

Segundo Bähr (1994), um sistema cadastral completo e atualizado é a base para o planejamento, a estrutura e a administração certa e justa de um país, região ou cidade. Ele proporciona uma poderosa ferramenta de descentralização administrativa, de planejamento e administração eficiente, e de obtenção de recursos para o desenvolvimento local (LARSSON, 1991).

Para Ruthkowski (1987), o cadastro é um conjunto de informações que permite a qualquer pessoa, órgão ou empresa conhecerem a realidade de um imóvel tanto a nível geométrico, dimensões, superfície, localização, como também ao uso deste mesmo imóvel.

Henssen e Williamson (1997) definem cadastro como um inventário público de dados sobre propriedades de um território ou distrito, organizado metodicamente, baseado no levantamento de seus limites.

Segundo Liporoni (2003), o cadastro fiscal é produto decorrente da extração e processamento de dados do Cadastro Técnico Urbano, da Base Cartográfica e da Planta de Valores Georreferenciados. Este cadastro compõe o conjunto de dados do Sistema de Informações Cadastrais do município, incluindo os dados necessários ao lançamento dos tributos municipais, tais como: os impostos sobre a propriedade imobiliária e sua transmissão e as taxas de serviços públicos.

Lima e Philips (2000) entendem o Cadastro Técnico Multifinalitário (CTM), como a medida das parcelas, através do conjunto de informações que o constituem. E ainda, os aspectos legais das mesmas, em conjunto com suas características econômicas, podem fornecer para os governos informações importantes sobre seus territórios, fazendo com que seja de suma importância para o gerenciamento territorial.

Entre esses dados, destacam-se a identificação dos proprietários dos imóveis, as áreas e valores venais de terrenos e edificações. O processamento destes dados, conforme a legislação que institui a Planta de Valores e a legislação tributária municipal vigente resulta nos valores de lançamento de impostos e taxas de base imobiliária.

Para Dale e McLaughlin (1990), o cadastro multifinalitário pode ser definido como um sistema de informações territoriais, projetado para

servir tanto aos órgãos públicos quanto para os privados, e também para os cidadãos, diferindo de outros sistemas territoriais por ser baseado em parcelas.

No começo o cadastro técnico multifinalitário (CTM), para Carmo e Netto (2010), era utilizado apenas para fins econômicos e físicos, onde com esses fatores haveria a idéia de aumentar a arrecadação dos impostos municipais e fazer a cartografia cadastral dos imóveis. Assim os municípios fazem o controle do Imposto Predial Territorial Urbano (IPTU), pois a arrecadação é voltada de forma integral para o município.

Segundo Philips (2000), o ponto crítico da desatualização do cadastro é o rápido crescimento das periferias das cidades, onde as prefeituras não conseguem saber de todas as informações referentes aos proprietários de terrenos de toda a expansão.

Para Rampazzo (2012) o cadastro técnico, com informações precisas das propriedades de imóveis particulares e públicas da cidade, constitui-se em dados referenciais concordantes com a Planta de Valores Genéricos do município e Tributação Imobiliária, para realizar a avaliação em massa para estipular a atualização de impostos, esses destinados aos benefícios da melhoria da cidade promovendo a qualidade de vida dos usuários.

## **2.2 Planta de Valores Genéricos**

A Planta de Valores Genéricos consiste em um documento gráfico que representa a distribuição espacial dos valores médios dos imóveis em cada região da cidade, normalmente apresentados por face de quadra. Sua principal função é permitir a definição de uma política de tributação imobiliária que seja justa e tenha equidade.

O Imposto Predial Territorial Urbano (IPTU), atualmente determinado pelo inciso I do art. 156 da Constituição Federal de 1988 (BRASIL, 1988), é para muitos municípios o principal imposto para a arrecadação permanente de recursos financeiros (LIMA, 2004).

Atualizar a Planta de Valores Genéricos permite à prefeitura uma arrecadação do Imposto Predial Territorial Urbano (IPTU) mais justo, pois o imposto se basearia nos valores reais dos imóveis.

Além do aspecto tributário, deve-se ressaltar que a Planta de Valores Genéricos também é um instrumento para o planejamento municipal, na medida em que reflete os índices de valorização imobiliária e propicia, portanto, a ação regularizadora do governo municipal quanto ao uso e ocupação do solo.

No Brasil, conforme SILVA et al. (2002), via de regra, a planta de valores genéricos é a base da avaliação em massa dos terrenos de uma cidade.

O processo de avaliação de imóveis para elaboração de Planta de Valores exige a compreensão das características básicas da população de imóveis da cidade, de modo que o modelo adotado permita a avaliação de todos os imóveis, salvo exceções, pois ao final deve-se obter o valor individual de cada imóvel (AVERBECK et al., 2002).

A determinação dos valores de mercado deve garantir a justiça e equidade na tributação, de forma viável, técnica e economicamente. Mais importante que atingir 100% do valor de mercado para alguns imóveis, é obter uma avaliação que esteja na mesma razão *valor de cadastro / valor de mercado* para todos os imóveis da cidade no momento do lançamento do tributo (GONZÁLEZ, 1996).

A Planta de Valores Genéricos ou simplesmente Planta de Valores segundo Zancan (1996), é parte integrante e básica do sistema de informações do Cadastro Municipal e juntamente com o Cadastro Imobiliário a base de cálculo tanto do IPTU quanto do ITBI (imposto sobre a transmissão de bens imóveis e de direitos a eles relativos) e da Contribuição de Melhoria.

Conforme Möller (1995) as plantas de valores genéricos apresentam valores unitários de terrenos em cada face de quadra e valores unitários das edificações segundo a tipologia e o padrão construtivo.

Uma Planta de Valores Genéricos, tecnicamente organizada e periodicamente atualizada, constitui-se na principal ferramenta de aferição do *quantum* a ser tributado (SILVA, 2005). A determinação dos valores de imóveis deve ser fundamentada por uma metodologia que evite ao máximo o subjetivismo e que procure adequar os mesmos à realidade de mercado.

### 2.3 Avaliação Imobiliária

A função principal de uma avaliação é assegurar o valor de algum tipo de imóvel sob um determinado conjunto de condições. Os valores das propriedades variam consideravelmente de um local para outro (GONZÁLEZ, 2002).

Atribui-se valor a tudo que é útil ou escasso. Cabe à avaliação traduzir essa utilidade ou escassez e associar a necessidade e/ou desejo de possuir um bem numa quantia monetária (AYRES, 1996).

O valor de um imóvel depende diretamente das características do entorno, tais como: tipos de imóveis existentes, ruas, utilidades, conveniências. Além do entorno imediato, o imóvel relaciona-se com a cidade inteira. Todavia, nem o declínio econômico de uma cidade afeta todas as suas partes igualmente (CAN, 1998).

A avaliação de imóveis urbanos deve se basear na ABNT 14653-2 (ABNT, 2011). Para esta norma, a avaliação de imóveis deve preferencialmente se fundamentar na pesquisa de mercado. Devem ser colhidas amostras com preços de imóveis ofertados e comercializados, além de atributos que afetem o valor. Tais atributos serão ponderados ou por inferência estatística ou por homogeneização. A amostra deve ser representativa do mercado imobiliário em análise.

Estudos sobre Avaliação Imobiliária, como de Cesare (2004), apontam três principais metodologias para avaliação em massa para fins fiscais: Método de Custo de Reprodução, Método de Renda e Método Comparativo de Dados de Mercado.

Para Silva (2006), o objetivo da avaliação em massa de imóveis é obter o valor de todos os imóveis localizados em determinada área. Emprega métodos que devem ter respaldo legal. A metodologia empregada deve evitar ao máximo o subjetivismo, tanto dos dados quanto dos procedimentos, além de adequar os mesmos ao mercado real (POLI et al., 2011).

Möller (1995) ressalta que a avaliação em massa de imóveis deve ser vinculada ao estudo do Código Tributário Municipal - CTM no que se refere aos impostos sobre a propriedade (IPTU e ITBI, impostos da esfera municipal). Dessa forma o resultado final da avaliação se adequará às exigências legais.

A avaliação em massa de imóveis geralmente é obtida pelos seguintes métodos de avaliação: método evolutivo e de comparação de dados de mercado. O primeiro requer as estimativas do valor do terreno, o fator de comercialização e o corrente custo de reprodução das edificações. O segundo método faz a estimativa do valor de mercado com base em preços de grupos de imóveis vendidos em um período que antecede a data de lançamento dos tributos (SILVA, 2006).

Zancan (1996) alerta que a desvantagem da metodologia usualmente utilizada na avaliação em massa, que calcula separadamente os valores do terreno e das edificações, está em não existir um mercado de edificações separado dos terrenos sobre os quais foram construídas.

## 2.4 Modelos de Regressão Espacial

Geralmente em uma análise de regressão procura-se encontrar um bom ajuste do modelo aos dados, no sentido de reduzir a diferença entre os valores preditos pelo modelo e os valores observados da variável dependente. Também se procura descobrir quais das variáveis explicativas contribuem de forma significativa para o relacionamento linear. Uma hipótese é que as observações não sejam correlacionadas e, portanto, os termos aleatórios (resíduos)  $\epsilon_i$  do modelo são independentes e não-correlacionados entre si, além de apresentar distribuição normal com média zero e variância constante, isto no modelo clássico. No caso de dados onde está presente a dependência espacial, é muito pouco provável que esta hipótese de observações não correlacionadas seja verdadeira. E no caso mais comum, os termos aleatórios continuam apresentando a autocorrelação espacial presente nos dados, que pode se manifestar por diferenças regionais sistemáticas, ou ainda por uma tendência espacial contínua (LOPES et al., 2006).

Segundo Serrano e Valcarce (2000), quando se trabalha particularmente com dados de natureza espacial podem aparecer os denominados efeitos espaciais como a heterogeneidade e a autocorrelação espacial. A heterogeneidade aparece quando os dados utilizados para explicar um mesmo fenômeno são de unidades espaciais muito distintas, sendo que os problemas mais frequentes são a instabilidade estrutural e a heterocedasticidade. A heterocedasticidade espacial ocorre pela omissão de variáveis ou outras formas de especificação que levam à aparição dos denominados erros de medidas. A dependência ou autocorrelação espacial surge sempre que o valor de uma variável em um lugar do espaço está relacionado com seu valor em outro ou outros lugares do espaço.

Para Paiva e Khan (2010), a Análise Exploratória de Dados Espaciais (AEDE), ou Exploratory Spatial Data Analysis (ESDA):

“é feita com base em um conjunto de ferramentas gráficas e descritivas cujo objetivo é identificar propriedades espaciais dos dados. Está baseada nos aspectos espaciais das informações, ou seja, trata diretamente de questões como dependência espacial e heterogeneidade espacial. O objetivo é descrever a distribuição espacial, os padrões de associação espacial, verificar a existência de diferentes regimes espaciais ou outras formas de instabilidade espacial e identificar agrupamento de valores semelhantes (clusters), ou de



observações atípicas (outliers). O cluster espacial é um agregado de ocorrências no espaço ou a ocorrência de valores semelhantes em áreas próximas; já os outliers espaciais são dados cuja localização pode exercer uma forte influência, especialmente nas estimações.”

A presença de autocorrelação espacial é medida usualmente por meio de estatísticas globais. Os indicadores globais constituem uma aproximação mais tradicional do efeito da dependência espacial, em que a estrutura geral de dependência fica resumida em um único valor (LEMOS et al., 2005a).

Segundo Anselin (2005), a dependência espacial pode ser incorporada nos modelos clássicos de regressão de duas formas: como um regressor adicional na forma de uma variável dependente espacialmente defasada ( $Wy$ ), ou uma estrutura espacialmente defasada no erro da regressão ( $We$ ). O primeiro modelo é conhecido como modelo de defasagem espacial ou da variável dependente defasada e o segundo é o modelo do erro espacial ou do erro espacialmente correlacionado.

### 2.4.1 Modelo de Defasagem Espacial

No modelo de defasagem espacial, em inglês **SAR** (*Spatial Auto Regressive ou Spatial Lag Model*), a autocorrelação espacial ignorada é atribuída à variável dependente  $Y$ .

$$Y = \rho WY + X\beta + \varepsilon \quad (1)$$

onde:

$Y$  = variável dependente;

$X$  = variáveis independentes;

$\beta$  = coeficientes de regressão;

$\varepsilon$  = erros aleatórios com média zero e variância  $\sigma^2$  constante;

$W$  = matriz de vizinhança espacial ou matriz de ponderação espacial;

$\rho$  = coeficiente espacial autorregressivo.

### 2.4.2 Modelo do Erro Espacial

O modelo autoregressivo do erro, em inglês **CAR** (*Conditional Auto Regressive ou Spatial Error Model*), pode ser expressado formalmente da seguinte maneira:

$$Y = X\beta + \varepsilon, \quad \varepsilon = \lambda W\varepsilon + \xi \quad (2)$$

onde:

$W\varepsilon$  = erros com efeito espacial;

$\xi$  = erros aleatórios com média zero e variância  $\sigma^2$ ;

$\lambda$  = coeficiente autoregressivo.

Segundo Anselin (1999), o método de estimação dos parâmetros do modelo normalmente usado é o de máxima verossimilhança, entretanto outros métodos também têm sido propostos, por exemplo, como os de variáveis instrumentais, mínimos quadrados espaciais, método dos momentos, método dos códigos, métodos Bayesianos, entre outros.

### 2.4.3 Testes de especificações

Os principais testes utilizados para detectar a autocorrelação espacial são Moran I,  $LM^1$  (lag),  $LM$  (erro) e por fim  $LM$  Robusto (lag) e  $LM$  Robusto (erro).

#### 2.4.3.1 Teste I de Moran

O teste de Moran I permite determinar se os resíduos do modelo de regressão por mínimos quadrados apresentam autocorrelação espacial. O valor estatístico é calculado pela seguinte expressão:

$$I = (N / S) [(e'We) / e'e] \quad (3)$$

onde:

---

<sup>1</sup>  $LM$  (sigla em inglês *Lagrange Multiplier*)

$e$  = vetor de resíduos de mínimos quadrados;

$e'$  = transposta de  $e$  ;

$W$  = matriz de pesos espaciais;

$N$  = o número de observações;

$S$  = soma de todos os elementos de  $W$  .

De acordo com Dantas (2003), o teste de Moran I é o mais usado nos estudos de dados de corte transversal de unidades geográficas. O problema deste teste é que ele não identifica o tipo de efeito (erro ou defasagem espacial).

#### 2.4.3.2 Testes $LM$

Os testes baseados no Multiplicador de Lagrange (testes  $LM$  ) também são calculados a partir dos resíduos do modelo de mínimos quadrados, mas o que difere do teste de Moran I é que o teste LM indica qual dos modelos espaciais deve ser utilizado (ANSELIN, 2005).

O teste  $LM$  para determinar a existência de autocorrelação espacial na alternativa do modelo do erro espacial, segundo Anselin (2005), tem a seguinte expressão:

$$LM(erro) = \frac{[e'We/(e'e/N)]^2}{[tr(W^2 + W'W)]} \quad (4)$$

onde:

$e$  = vetor de resíduos de mínimos quadrados;

$e'$  = transposta de  $e$  ;

$W$  = matriz de pesos espaciais;

$e'e/N$  = estimativa de máxima verossimilhança da variância do modelo  $Y = X\beta + \varepsilon$  ;

$N$  = número de dados da amostra;

$tr$  = operador denominado traço da matriz.

O teste  $LM$  para a alternativa de um modelo da variável dependente defasada tem a seguinte expressão (ANSELIN, 2005):

$$LM(lag) = \left\{ \left[ e'Wy / (s^2) \right]^2 \right\} / \left\{ (WXb)' MWXb / s^2 + tr [W'W + W^2] \right\} \quad (5)$$

onde:

$e$  = vetor de resíduos de mínimos quadrados;

$e'$  = transposta de  $e$ ;

$W$  = matriz de pesos espaciais;

$y$  = vetor de observações na variável dependente;

$s^2 = e'e / n$  = estimativa de máxima verossimilhança da variância do modelo  $Y = X\beta + \varepsilon$ ;

$X$  = matriz das variáveis independentes;

$b$  = vetor de parâmetros estimados via mínimos quadrados ordinários;

$n$  = número de dados da amostra;

$M = I - X(X'X)^{-1}X'$ ;

$tr$  = operador denominado traço da matriz.

Segundo Anselin (2005), o teste *LM* Robusto (defasagem) é realizado a partir da estatística (5), tem distribuição assintótica Qui-quadrado com um grau de liberdade, sob a hipótese nula de não existência de defasagem espacial na variável dependente.

A hipótese de não autocorrelação espacial na variável dependente do modelo clássico de regressão será rejeitada se a estatística de teste for superior ao ponto crítico da distribuição Qui-quadrado com um grau de liberdade (DANTAS et al., 2003).

E o teste *LM* Robusto (erro) é realizado a partir da estatística (4), é também um teste assintótico que tem distribuição Qui-quadrado com um grau de liberdade, sob a hipótese nula de não existência de autocorrelação espacial no termo erro. Portanto, se a estatística dos testes for superior ao ponto crítico da distribuição Qui-quadrado, com um grau de liberdade, para um determinado nível de significância  $\alpha$ , rejeita-se a hipótese de não autocorrelação espacial nos resíduos do modelo clássico de regressão a este nível (ANSELIN, 2005).

A estatística do teste robusto da defasagem segundo Amaral e Silva (2016), pode ser escrita como:

$$\text{LM robusto (lag)} = \frac{\left[ \frac{e'Wy}{(e'e)/N} - \frac{e'We}{(e'e)/N} \right]^2}{\frac{(WXB)'M(WXB)}{e'e/N} + tr} \quad (6)$$

Sob hipótese nula, esta estatística é de distribuição Qui-quadrado aproximadamente com 1 grau de liberdade (SIMÕES et al., 2014).

O teste para o LM robusto para erro espacial é representado pela estatística (AMARAL; SILVA, 2016):

$$\text{LM robusto (erro)} = \frac{\left[ \frac{e'We}{(e'e)/N} - tr \left( \frac{(WXB)'M(WXB)}{(e'e)/N} + tr \right)^{-1} \frac{e'Wy}{(e'e)/N} \right]^2}{tr - tr^2 \left( \frac{(WXB)'M(WXB)}{(e'e)/N} + tr \right)^{-1}} \quad (7)$$

Sob a hipótese nula, esta estatística é de distribuição Qui-quadrado aproximadamente com 1 grau de liberdade (SIMÕES et al., 2014).

E o teste LM de erro espacial e dependência de defasagem espacial é representado pela estatística (SIMÕES et al., 2014):

$$\text{LM SARMA} = \text{LM robusto(erro)} + \text{LM(lag)} = \text{LM(erro)} + \text{LM robusto(lag)} \quad (8)$$

Sob a hipótese nula, esta estatística é de distribuição Qui-quadrado aproximadamente com 2 graus de liberdade (SIMÕES et al., 2014).

Se ambos LM forem significantes e se LM robusto for significativo, então deve-se observar qual teste LM robusto tem o menor p-valor – ou escolher a alternativa com maior estatística LM robusto.

É importante ressaltar que as versões robustas serão válidas somente se as versões padrões forem significantes.

Uma vez detectada a presença de autocorrelação espacial nos dados, faz-se necessário introduzir extensões convenientes no modelo tradicional, representado nas equações (1) e (2), considerando-se os efeitos autocorrelação espacial nos erros, através do Modelo de Erro Espacial, e os efeitos ocasionados pelas interações entre os preços, pelo Modelo de Defasagem Espacial, como mostra-se a seguir (DANTAS et al., 2003).

## **2.4.4 Regressão espacial na modelagem do valor dos imóveis**

Os modelos espaciais foram desenvolvidos recentemente, sendo pouco utilizados em relação aos outros modelos econométricos de regressão.

Segundo Trivelloni (2005) os primeiros estudos sobre a existência de autocorrelação espacial nos dados do mercado imobiliário foram propostos por Dubin (1988) e o primeiro trabalho de aplicação de modelos de regressão espacial foi proposto por Can (1990 e 1992).

Can (1992) realizou um estudo comparativo de quatro tipos diferentes de modelos hedônicos de valor: o modelo tradicional usando mínimos quadrados ordinários, o modelo de regressão espacial de defasagem da variável dependente, e dois modelos derivados dos anteriores, considerando que os efeitos de vizinhança poderiam afetar também aos coeficientes das características construtivas dos imóveis. Ele também considerou para os modelos autorregressivos três definições diferentes da matriz de pesos espaciais, considerando diferentes definições de vizinhança e de gradiente de variação, sendo uma matriz definida pela interpolação simples até uma distância de cinco milhas, outra matriz definida como o inverso da distância entre pontos e a terceira como o inverso da distância ao quadrado.

De modo geral, segundo Trivelloni (2005), todos os modelos citados acima comprovaram a existência de autocorrelação espacial nos resíduos dos modelos de mínimos quadrados e testaram diferentes modelos de regressão espacial obtendo uma melhora importante nos resultados dos modelos e principalmente na adequação teórica e metodológica ao tratamento dos efeitos espaciais nos dados. Para tanto, a escolha do modelo de regressão espacial tem sido baseada na comparação dos resultados estatísticos nos testes de significância de cada modelo.

## **2.5 Geoestatística**

### **2.5.1 Teoria das Variáveis Regionalizadas**

Segundo Câmara et al. (2004), a distribuição espacial de dados visa explicar questões centrais em diversas áreas do conhecimento, seja na saúde, no meio ambiente, na geologia, entre tantas outras.

Para Zimback (2003) com a evolução da ciência da computação e dos sistemas geográficos não há mais a necessidade de agrupar os

dados primários em classes, sendo os mapas-base elaborados automaticamente como mapas de isolinhas.

A geoestatística baseia-se na teoria das variáveis regionalizadas (V.R.), entendendo como tal uma função que varia de um lugar a outro no espaço com certa aparência de continuidade. Isto é, são variáveis cujos valores são relacionados de algum modo com a posição espacial que ocupam (GUERRA, 1988).

“Estas variáveis tem em comum uma dupla característica: são aleatórias já que os valores numéricos observados podem variar consideravelmente de um ponto a outro no espaço; são espaciais e porque apesar de muito variáveis dentro do espaço, os valores numéricos observados não são inteiramente independentes.

A teoria fundamental da geoestatística é a esperança de que, na média, as amostras próximas no tempo e espaço sejam mais similares entre si do que as que estiverem distantes.

Alguns métodos estimadores geoestatísticos da autocorrelação espacial são usados como ferramentas de continuidade espacial, como: o variograma ou semivariograma, o covariograma e o correlograma. Essas ferramentas são usadas para investigar a magnitude da correlação entre as amostras e sua similaridade ou não, com a distância.”<sup>2</sup>

Para Guerra (1988) existem três tipos de semivariogramas: experimental ou observado (que é obtido através de amostras colhidas em campo), verdadeiro (real, mas desconhecido) e teórico (de referência, utilizado para o ajuste do modelo).

“A definição teórica dessas ferramentas são baseadas na Teoria da funções aleatórias, que apresenta a estimativa experimental desses parâmetros. Supondo que  $Z_{(x)}$  represente o valor da variável para o local  $x$ , onde  $x$  é o vetor  $(x,y)$  e  $Z_{(x+h)}$  representa o valor da mesma variável para alguma distância  $h$  (ou “lag”), em qualquer

---

<sup>2</sup> ZIMBACK, C. R. L. **Geoestatística**. Apostila de Geoestatística, Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências Agrônômicas, 2003.

direção. O variograma<sup>3</sup> resume a continuidade espacial para todos os pareamentos (comparação de dois valores) e para todos os h significativos. A dependência espacial é analisada pela expressão:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N} \sum [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2$$

onde:  $\gamma(h)$  - é o valor predito do semivariograma para a distância h;

x - é a medida de posição;

h - é a distância entre medições.

N - é o número de pares distanciados a uma distância h”<sup>4</sup>

A análise e o ajuste do semivariograma experimental é denominado de Análise Estrutural. A Figura 1 apresenta os parâmetros de um semivariograma.

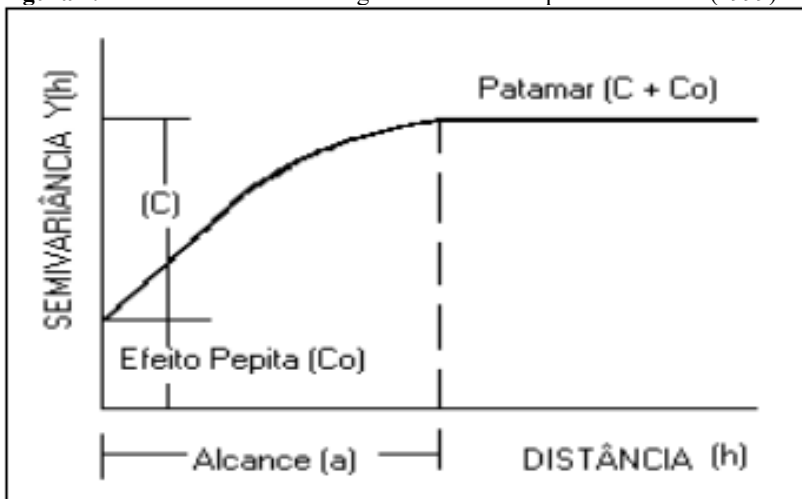
---

<sup>3</sup> O variograma é a ferramenta básica, que permite descrever quantitativamente a variação no espaço de um fenômeno regionalizado. A natureza estrutural de um conjunto de dados (assumido pela variável regionalizada) é definida a partir da comparação de valores tomados simultaneamente em dois pontos, segundo uma determinada direção.

<sup>4</sup> TRIVELLONI, C. A. P. **Método Para Determinação do Valor da Localização Com Uso de Técnicas Inferenciais e Geoestatísticas na Avaliação Em Massa de Imóveis**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2005.



**Figura 1.** Parâmetros do semivariograma. Fonte: Adaptado de Oliver (1999).



onde:

$\gamma(h)$  - Semivariância;  
 $C$  - Contribuição;  
 $C_0$  - Efeito Pepita;  
 $C + C_0$  - Patamar;  
 $a$  - Alcance.

➤ Patamar  $(C + C_0)$ :

“é o valor do semivariograma correspondente ao seu alcance  $a$ ; deste ponto em diante considera-se que não existe mais dependência espacial entre as amostras, porque a variância entre os pares de amostras torna-se aproximadamente constante;”<sup>5</sup>

➤ Efeito Pepita  $(C_0)$ : corresponde à cota do ponto onde o semivariograma corta o eixo das ordenadas.

“Representa a componente da variabilidade espacial que não pode ser relacionada com

---

<sup>5 6 7</sup> TRIVELLONI, C. A. P. **Método Para Determinação do Valor da Localização Com Uso de Técnicas Inferenciais e Geoestatísticas na Avaliação Em Massa de Imóveis.** Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2005.

uma causa específica (variabilidade ao acaso) ou também pode ser devida a erros de medição.”<sup>6</sup>

- Contribuição (C):  
“é a diferença entre o patamar e o valor do semivariograma para  $h=0$ .”<sup>7</sup>
- Alcance (a): marca a distância a partir da qual as amostras tornam-se independentes;

Para a análise do grau de dependência espacial das variáveis pode-se utilizar a classificação de Cressie (1993), onde são considerados de forte dependência espacial os variogramas que têm efeito pepita  $\leq 25\%$  do patamar, moderada quando entre 25 e 75% e de fraca quando  $> 75\%$ .

## 2.5.2 Modelos Teóricos de Semivariograma

A estimativa da dependência entre amostras vizinhas no espaço pode ser realizada através da autocorrelação que é de grande utilidade quando se está fazendo amostragem em uma direção. Quando a amostragem envolve duas direções (x,y) o instrumento mais indicado na estimativa da dependência entre amostras é o semivariograma (SILVA, 1988).

O semivariograma analisa o grau de dependência espacial entre amostras dentro de um campo experimental, além de definir parâmetros necessários para a estimativa de valores para locais não amostrados, através da técnica de Krigagem (SALVIANO, 1996).

Os modelos básicos do semivariograma estão divididos em dois tipos, sendo um deles com patamar e o outro sem patamar. O modelo com patamar é conhecido como transitivo, pois pode atingir o patamar assintoticamente. Para esses modelos o alcance é arbitrariamente definido como a distância correspondente a 95% do patamar. Já o modelo sem patamar não atinge o patamar e continuam aumentando enquanto a distância aumenta (TRIVELLONI, 2005).

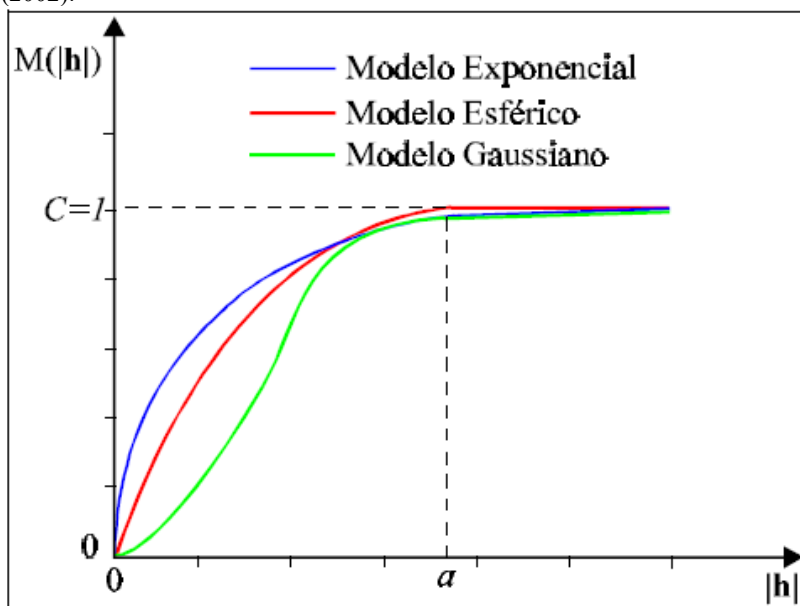
Para Yamamoto e Sandim (2013), a função variograma:

“Mede a variância entre pontos separados por uma distância  $h$ . Assim, pontos próximos, a diferença é pequena e, portanto, a variância é pequena. Ao

aumentar a variância, os valores dos pontos tornam-se mais diferentes e, conseqüentemente a variância aumenta. Muitas vezes, a variância se estabiliza em torno de uma variância máxima, a partir de certa distância. Isso significa que, mesmo com o aumento da distância, a função variograma irá oscilar em torno de variância máxima, denominada patamar. Esses casos definem os variogramas com patamar. Entretanto, há casos em que a variância continua aumentando indefinidamente com a distância, configurando os semivariograma sem patamar.”

Os modelos mais utilizados são o modelo exponencial, o modelo esférico e o modelo Gaussiano, representados na Figura 2 (TRIVELLONI, 2005).

**Figura 2.** Modelos transitivos de semivariograma. Fonte: Camargo et al. (2002).



### 2.5.2.1 Modelo Exponencial

O modelo exponencial que atinge o patamar assintoticamente, com o alcance sendo praticamente definido como a distância na qual o valor do modelo corresponde a 95% do patamar e sua equação normalizada é:

$$\begin{aligned} \text{Exp}(|h|) &= 0 \text{ para } |h| = 0; \\ &= 1 - \exp[-(|h|/a)] \text{ para } |h| \neq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

### 2.5.2.2 Modelo Esférico

Pode-se dizer que este modelo de variograma é um dos mais utilizados e é representado pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} \text{Sph}(|h|) &= 0 \text{ para } |h| = 0; \\ &= [1.5 (|h|/a) - 0.5 (|h|/a)^3] \text{ para } 0 < |h| \leq a; \\ &= 1 \text{ para } |h| > a \end{aligned} \quad (10)$$

### 2.5.2.3 Modelo Gaussiano

Este modelo é muitas vezes utilizado para modelar fenômenos extremamente contínuos. É um modelo transitivo, também é semelhante ao modelo exponencial e apresenta a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \text{Gau}(|h|) &= 0 \text{ para } |h| = 0; \\ &= 1 - \exp[-(|h|/a)^2] \text{ para } |h| \neq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

### 2.5.2.4 Modelo Potência

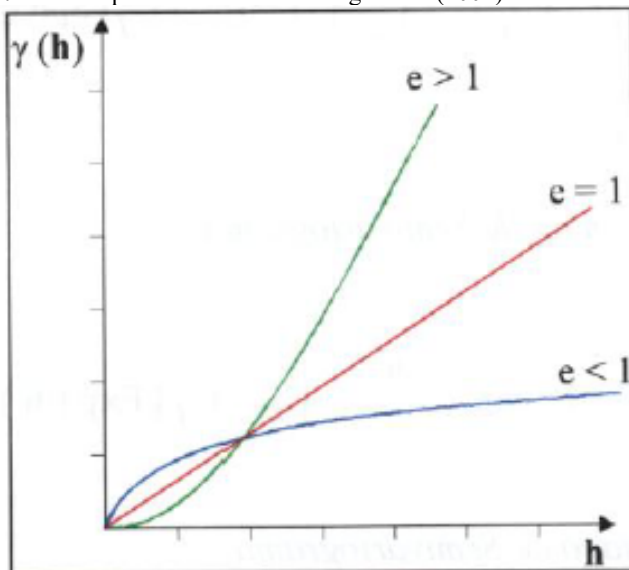
Segundo Camargo (1997), esse modelo não é um modelo transitivo, é muitas vezes utilizado para modelar fenômenos com capacidade infinita de dispersão. A sua formulação pode ser observada abaixo.

$$\begin{aligned} \text{Pot}(|h|) &= 0 && \text{para } |h| = 0 \\ &= c \cdot |h|^e && \text{para } |h| \neq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

onde:

- ✓  $c$  é o coeficiente de declividade;
- ✓  $e$  é o expoente.

**Figura 3.** Modelos potência. Fonte: Camargo et al. (2002).



Existem certos fenômenos para os quais são necessários modelos complexos de semivariograma para poder explicar as suas variações espaciais. Estes modelos são combinações de modelos simples, denominados modelos aninhados (TRIVELLONI, 2005).

### 2.5.2.5 Modelo Matérn<sup>8</sup>

Outros métodos que estudam a dependência espacial e a obtenção de semivariogramas ajustados foram propostos por Diggle e Ribeiro (2000), em que os autores sugerem este estudo através da modelagem utilizando a distribuição Gaussiana. Comentam sobre as diferentes estruturas de covariância utilizadas no estudo espacial e sugerem uma nova estrutura da função de correlação denominada de família Matérn. Esta função apresenta um parâmetro  $k$  chamado de ordem do modelo Matérn o qual determina a suavização analítica do

---

<sup>8</sup> OLIVEIRA, M. C. N. **Métodos de estimação de parâmetros em modelos geoestatísticos com diferentes estruturas de covariâncias: uma aplicação ao teor de cálcio no solo.** Tese de Doutorado, Escola Superior de Agricultura “Luis de Queiroz”, Universidade de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Agronomia, 2003.

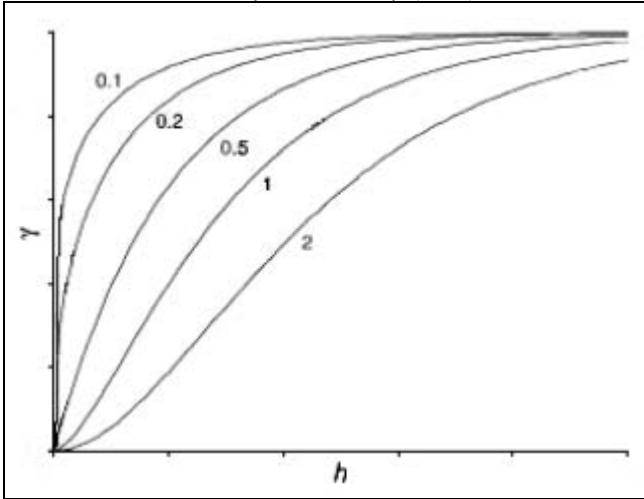
sinial  $S(x)$  num modelo Gaussiano. A função de correlação de Matérn foi definida por:

$$\rho(h, \phi, k) = \{2^{k-1} \Gamma(k)\}^{-1} \left(\frac{h}{\phi}\right)^k K_k\left(\frac{h}{\phi}\right) \quad (13)$$

em que,  $(\phi, k)$  são parâmetros e,  $K_k$  é a função de Bessel de terceiro tipo de ordem  $k$ .

Na Figura 4, esses parâmetros são apresentados em uma representação esquemática do semivariograma.

**Figura 4.** Representação gráfica do modelo Família Matérn para  $k=0,1$ ,  $k=0,2$ ,  $k=0,5$ ,  $k=1$  e  $k=2$ . Fonte: Minasny e McBratney (2005).



A família Matérn é válida para  $\phi$  e  $k > 0$  e, no caso em que  $k = 0,5$ , corresponde à função de correlação Exponencial, apresentada por  $\rho(h) = \exp\left(\frac{-h}{\phi}\right)$  e para  $k \rightarrow \infty$  equivale a função de correlação Gaussiana.

Os autores enfatizam que a vantagem de se utilizar a família Matérn é que o parâmetro  $k$  controla a diferenciabilidade do processo latente  $S(x)$  de uma maneira direta e, sendo assim, a parte inteira de  $k$  dá o número de vezes que  $S(x)$  tem quadrado médio diferenciável. Os autores concluíram que a família Matérn seja provavelmente a melhor escolha quando uma função de correlação somente com dois parâmetros para uso generalizado.

### 2.5.2.6 Anisotropia

Segundo Camargo (1997) a anisotropia pode ser observada com certa facilidade através dos semivariogramas obtidos para diferentes direções.

“Quando o fenômeno é anisotrópico, os semivariogramas para as diferentes direções podem ser modelados separadamente e constituir em conjunto a estrutura espacial dos dados.

Quando os semivariogramas para as diferentes direções apresentam igual patamar e diferentes alcances, o tipo de anisotropia se chama geométrica. Neste caso o fator de anisotropia é a relação entre os alcances máximo e mínimo.

Quando os semivariogramas apresentam igual alcance e diferentes patamares a anisotropia é chamada zonal.

Quando tanto os alcances quanto os patamares são diferentes o tipo de anisotropia se chama combinada”.<sup>9</sup>

### 2.5.3 Técnicas de Krigagem

A origem da palavra Krigagem vem do nome Daniel G. Krige, que foi o primeiro a introduzir o uso de médias móveis para evitar a superestimação sistemática de reservas de mineração (DELFINER; DELHOMME, 1975).

---

<sup>9</sup> TRIVELLONI, C. A. P. **Método Para Determinação do Valor da Localização Com Uso de Técnicas Inferenciais e Geoestatísticas na Avaliação Em Massa de Imóveis**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2005.

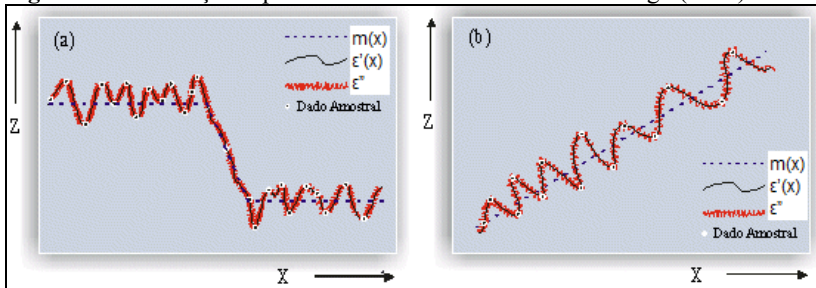
Segundo Câmara et al., (2004), num primeiro momento o método da Krigagem foi desenvolvido para resolver os problemas de mapeamentos geológicos, mas seu uso foi se expandindo com sucesso no mapeamento de solos, mapeamento hidrológico, mapeamento atmosférico e outros campos correlatos.

O método de Krigagem tem por fundamento a Teoria da Variável Regionalizada (TVR), desenvolvida por Matheron (1965). Uma variável regionalizada é uma variável distribuída no espaço ou tempo cujos valores são considerados como realizados de uma função aleatória.

Dantas (2003) diz que esta teoria identifica que a distribuição espacial de uma variável é expressa pela soma de três componentes:

- uma componente estrutural, tendo uma média constante ou tendência;
- uma componente aleatória espacialmente correlacionada, também chamada de variação regionalizada;
- uma componente aleatória não correlacionada espacialmente (erro residual).

**Figura 5.** Distribuição espacial de uma variável. Fonte: Burrough (1987).



O valor de uma variável  $Z$ , em uma posição geográfica  $x$ , representado por  $Z(x)$ , fica definido como:

$$Z(x) = m(x) + \varepsilon'(x) + \varepsilon'' \quad (14)$$

onde:

$m(x)$  – é uma função determinística descrita pela componente estrutural de  $Z$  em  $x$ ;

$\varepsilon'(x)$  – é a variação regionalizada;

$\varepsilon''$  – o resíduo do modelo, do tipo gaussiano, espacialmente independente, com média zero e variância constante  $\sigma^2$ .

Câmara et al. (2003) descreve a Krigagem como:



“A Krigagem engloba um conjunto de métodos de estimação, incluindo procedimentos estacionários (Krigagem simples e ordinária), não estacionários (Krigagem universal, funções intrínsecas de ordem k), univariados e multivariados (co-Krigagem etc)”<sup>10</sup>

Para Soares (2002) a Krigagem:

“É o uso de médias móveis para evitar a superestimação. Ela difere de outros métodos de interpolação pela maneira como os pesos são atribuídos às diferentes amostras. Na Krigagem, o procedimento é semelhante ao de interpolação por média móvel ponderada, exceto que os pesos são determinados a partir de uma análise espacial, baseada no semivariograma experimental.”

A Krigagem linear engloba um conjunto de métodos de estimação.

Segundo Soares (2002) a Krigagem simples foi inicialmente utilizada como um estimador de valores de atributos numéricos, em posições não observadas, para mapeamentos por médias ponderadas dos valores existentes das amostras locais.

$$\hat{Z}_{x_0} = m + \sum_{i=1}^n \lambda_i [Z(x_i) - m] \quad (15)$$

Sendo  $\hat{Z}_{x_0}$  o valor desconhecido que pode ser estimado a partir de uma combinação dos n valores observados, m é a média que supõe-se que é conhecida a priori e  $\lambda_i$  são os pesos obtidos a partir do seguinte sistema de equações, denominado sistema de Krigagem simples (CARVALHO, 1997):

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j C(x_i, x_j) = C(x_i, x_0) \text{ para } i = 1, \dots, n \text{ (n equações)}$$

onde:

- $C(x_i, x_j)$  refere-se à função covariância correspondente a um vetor, h, com origem em  $x_i$  e extremidade em  $x_j$ ;

---

<sup>10</sup> CÂMARA G., et al.. **Análise Espacial de Dados Geográficos**. São José dos Campos, INPE, 2003 - on-line (3ª edição, revista e ampliada). Dezembro 2004. <http://www.dpi.inpe.br/gilberto/tutoriais/analise/> Acesso: 10/02/2007.

- $C(x_i, x_0)$  refere-se a função covariância correspondente a um vetor,  $h$ , com origem em  $x_i$  e extremidade no ponto a ser estimado  $x_0$ .

Quando valores de uma variável regionalizada apresentam media constante, porém desconhecida, o algoritmo a ser aplicado é o da Krigagem ordinária, para encontrar os ponderadores ótimos que minimizem a variância do erro de estimação. E segundo Landim (2006), dentre a metodologia geoestatística, é a mais usada.

Seja um ponto que se deseja estimar, sendo o valor real desconhecido representado por  $V$ . O valor estimado ( $V^*$ ) é calculado, utilizando  $n$  amostras localizadas segundo coordenadas conhecidas, com valores  $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$  (conjunto  $S$ ), de forma linear, como por exemplo, através da técnica da ponderação pelo inverso das distâncias (LANDIM, 2006).

$V^* = p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + \dots + p_nx_n$ , onde os  $p_i$  são os pesos atributos a cada amostra  $i$  (LANDIM, 2006).

É evidente que existe associado a esse estimador um erro  $\varepsilon = V - V^*$  e que se, teoricamente, diversas estimativas forem feitas a média de erros é zero. Se os erros, portanto, apresentarem valores próximos a zero, o estimador é de confiança e isso pode ser verificado pela distribuição desses valores. A maneira mais simples de medir estatisticamente tal distribuição é via o desvio padrão ou a variância. No caso em questão, porém, a variância não pode ser obtida porque não se conhece o valor real que se está estimando e, portanto, também não se sabe qual o erro associado (LANDIM, 2006).

Variância dos erros =  $\sigma_\varepsilon^2 = \text{desvios ao quadrado em relação ao erro médio} = \text{média de } (V - V^*)^2$  (LANDIM, 2006).

Para encontro da variância pode-se, porém, utilizar o semivariograma, em que são medidas as diferenças ao quadrado. Num semivariograma, previamente calculado, dada uma distância  $h$  entre os pontos, pode-se estimar a variância simplesmente lendo o valor no eixo dos  $\gamma$ 's e multiplicando-o por 2 (LANDIM, 2006):

$$\sigma_\varepsilon^2 = 2\gamma(h) \quad (16)$$

Desse modo, para o processo de estimativa de um ponto utilizando o método da Krigagem, procede-se da seguinte maneira (LANDIM, 2006):

$$V^* = p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + \dots p_nx_n \quad (17)$$

A Krigagem ordinária é linear porque suas estimativas são combinações lineares ponderadas dos dados disponíveis, é ‘não-viciada’ porque busca o valor de erro ou resíduo médio igual a 0, e é interessante o uso porque minimiza a variância dos erros (ISAAKS; SRIVASTAVA, 1989).

Existem diversos outros tipos de Krigagem, com suas especificidades, como a universal, a pontual, a de blocos, a co-Krigagem, além da análise Bayesiana já mencionada anteriormente.

## 2.6 Estatística Bayesiana

Thomas Bayes foi um reverendo presbiteriano que viveu no início do século 18 (1701-1761) na Inglaterra. Estudou teologia na Universidade de Edimburgo (Escócia). Em 1737 publicou seu primeiro e único livro de matemática, chamado *The doctrine of fluxions* (A doutrina dos *fluxions*) (PENA, 2006).

Para Gangsei (2013), a estatística Bayesiana oferece alguns benefícios em comparação com métodos alternativos, sendo um deles, a capacidade de utilizar "todos" os dados disponíveis, e também a sua utilidade para lidar com dados faltantes, formando uma base adequada a fim de aproveitar uma versão ligeiramente modificada do modelo em áreas carentes em dados.

A análise Bayesiana baseia-se no conhecimento da distribuição a posteriori dos parâmetros e possibilita a construção de intervalos de confiança (melhor definido como intervalo de probabilidade ou intervalo de confiança Bayesiano) exatos para as estimativas dos parâmetros (RESENDE, 2000).

### 2.6.1 Teorema de Bayes

Este teorema é uma das pedras angulares da estatística das probabilidades combinadas, e é largamente utilizada em áreas à primeira vista pouco relacionadas, como Medicina e Informática (SORENSEN et al., 1994).

Na primeira, por exemplo, o paradigma embasado em evidências é todo construído em cima do teorema de Bayes. Baseado na experiência acumulada de exames e testes para tentar diagnosticar uma doença, o médico enquadra seus pacientes e pode estimar qual a probabilidade de que uma dada doença esteja se manifestando. Ou seja, dada uma probabilidade inicial (por exemplo, o paciente é fumante) e aplicado um exame em que, se sabe, há uma probabilidade de falsos-

positivos e falsos-negativos (por exemplo, uma biópsia de pulmão), o médico sabe qual a probabilidade resultante daquele paciente ter a doença (por exemplo, câncer de pulmão) (ANDRADE, 1999).

Segundo Resende (2000), o teorema de Bayes é uma regra para a atualização de probabilidades e pode ser utilizado para o cálculo de probabilidades a posteriori em mais que um estágio.

Na informática, muitos dos sistemas de classificação automática são baseados no teorema de Bayes. Inicialmente o sistema é treinado, aceitando entradas de humanos que dizem que uma dada entrada pertence a determinado grupo. Com o tempo, o sistema acumula um grande banco dessas informações e, aplicando o teorema de Bayes, consegue estimar a probabilidade de cada novo dado pertencer a cada grupo já classificado (DIGGLE; RIBEIRO, 2007).

Sendo assim, pode-se dizer que o bayesianismo tem dois importantes alicerces epistemológicos: 1º) a visão do universo com base em graus de confiabilidade; 2º) uma regra matemática que explicita como você deve mudar suas crenças à luz de novos dados empíricos. A partir desses pilares se podem deduzir uma série de implicações filosóficas do Bayesianismo (PENA, 2006).

Segundo Carroll (2010), a regra de Bayes é um teorema fundamental que pode ser trivialmente derivada dos axiomas da probabilidade. Esta lei pode ser vista como a lei fundamental e universal de aprendizagem.

Ainda segundo Carroll (2010), a estatística Bayesiana envolve o uso da regra de Bayes para transformar a probabilidade de dados fornecidos em alguns parâmetros para a probabilidade de os parâmetros fornecerem alguns dados.

Wettig (2013) afirma que a regra de Bayes é a base central do raciocínio Bayesiano. Trata-se de uma consequência direta da regra da cadeia de probabilidades que afirma que a probabilidade conjunta de um conjunto de variáveis aleatórias pode ser escrito como uma cadeia de probabilidades condicionais.

Para Amaral e Inácio (2010), os dois conceitos Bayesianos fundamentais são: a) Coisas que são desconhecidas são representadas por distribuições de probabilidade, e b) coisas que são conhecidas (dados) são usadas para aperfeiçoar o conhecimento acerca do problema, a partir do Teorema de Bayes.

E para que se possa chegar ao teorema de Bayes, segundo Pena, (2006), parte-se de princípios básicos:

“Assim, a probabilidade de que observemos simultaneamente um evento A e um evento B é dada por:

$$P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B) \quad (I)$$

Por outro lado, a probabilidade de que observemos simultaneamente

um evento A e um evento B também pode ser dada por:

$$P(B \cap A) = P(A \cap B) = P(B/A) \cdot P(A) \quad (II)$$

Combinando (1) e (2), temos:

$$P(A/B) \cdot P(B) = P(B/A) \cdot P(A) \quad (III)$$

Rearranjando, chegamos ao teorema de Bayes:

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad (IV)$$

Como geralmente não conhecemos  $P(B)$ , precisamos usar uma formulação alternativa, que é baseada em:

$$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap A^c) \quad (V)$$

Onde  $A^c$  é o evento complementar de A, também chamado de não-A. Usando nosso conhecimento básico (equação 1 acima) e substituindo, obtemos:

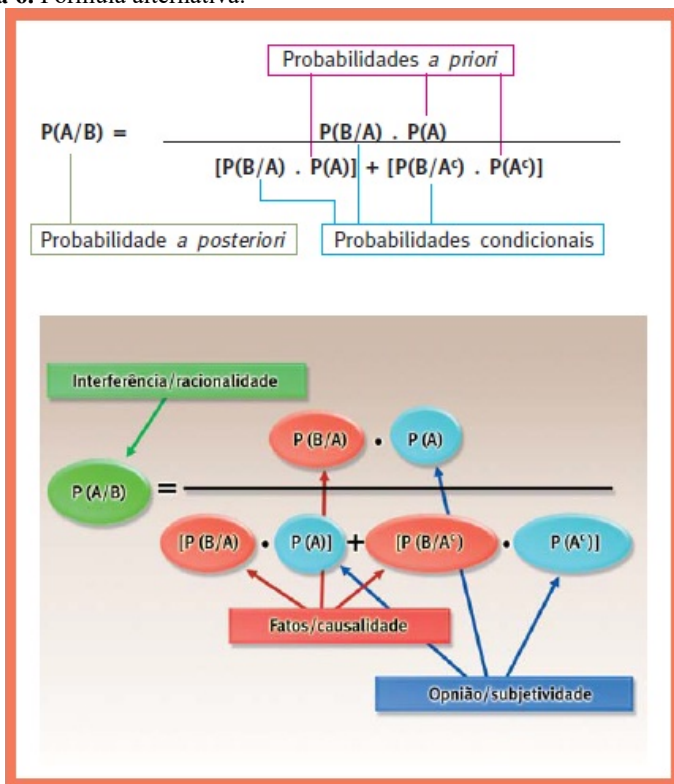
$$P(B) = [P(B/A) \cdot P(A)] + [P(B/A^c) \cdot P(A^c)] \quad (VI)^{11}$$

Substituindo (VI) em (IV) obtemos a formulação alternativa:

---

<sup>11</sup> PENA, S. D. Bayes: o ‘cara’!. **Ciência Hoje**, Rio de Janeiro, v.38, n.228, p. 22 – 29, jul. 2006. Disponível em: <[http://cienciahoje.uol.com.br/banco-de-imagens/lg/protected/ch/228/bayes.pdf/at\\_download/file](http://cienciahoje.uol.com.br/banco-de-imagens/lg/protected/ch/228/bayes.pdf/at_download/file)>. Acesso em: 21 out. 2013.

**Figura 6.** Fórmula alternativa.



Fonte: Pena (2006).

Em outras palavras temos que:

*distribuição a posteriori  $\propto$  verossimilhança  $\times$  distribuição a priori*

Segundo Paulino et al. (2003), o teorema de Bayes propõe caracterizar a aprendizagem com a experiência, isto é, a modificação da atitude inicial em relação aos “antecedentes”, “causas”, “hipóteses” ou “estados” depois de obter a informação adicional de que certo acontecimento ou acontecimentos se realizaram.

A função de verossimilhança representa o meio através do qual os dados **B**, transformam o conhecimento *a priori* sobre **A**, quer dizer, a verossimilhança pode ser interpretada como expressão da informação sobre **A** fornecida pelos dados **B** (ANDRADE, 2008).

Paulino et al. (2003) resumem: para os Bayesianos, a distribuição *a posteriori* incorpora, por via de teorema de Bayes, toda a

informação disponível sobre o parâmetro (informação inicial + informação da experiência ou da amostra) (ANDRADE, 2008).

Segundo Andrade (2008), o princípio da verossimilhança postula que para fazer inferência sobre uma quantidade de interesse **A** só importa aquilo que foi realmente observado e não aquilo que “poderia” ter ocorrido, mas efetivamente não ocorreu.

A regra de Bayes apresenta uma maneira de como alterar as probabilidades *a priori* considerando novas experiências para obter probabilidades *a posteriori*.

Para DiMaggio (2014), uma vantagem do método Bayesiano é o ajuste que se pode dar nos dados espaciais usando uma distribuição *a priori* que irá explicar como que a correlação espacial irá se comportar no modelo para dar resultados mais precisos.

Talvez a vantagem prática mais importante da abordagem Bayesiana para a aprendizagem é "o princípio da otimização Bayesiana", que afirma que, quando usado em conjunto com a teoria da decisão, decisões baseadas em inferência usando a regra de Bayes sempre produzirão uma utilidade esperada igual ou maior do que as decisões com base em qualquer outra técnica (CARROLL, 2010).

A probabilidade *a priori*  $P(A)$ , segundo Amaral e Inácio (2010), fornece a probabilidade dos diferentes valores possíveis da quantidade de interesse antes dos dados serem considerados. Representa o estado do conhecimento anterior aos dados.

Em outras palavras, Box e Tiao (1992), também escrevem que uma distribuição *a priori*, que é usada para representar o que é conhecido sobre parâmetros desconhecidos antes de avaliar os dados, tem um importante papel na análise Bayesiana. Tal distribuição pode ser usada para representar a ignorância relativa ou o conhecimento *a priori*. Em problemas científicos, é possível que os dados falem por si mesmos e, neste caso, é melhor conduzir a pesquisa como se o estado de relativa ignorância *a priori* existisse. Uma grande intranquilidade por parte dos estatísticos quanto ao uso da *a priori* é se a mesma não vai distorcer os dados. A estatística Bayesiana faz o contrário, na verdade, pois permite questionar aos dados aspectos de um modelo de um modo que não seria possível em outras abordagens.

A *a priori informativa* é quando se conhece alguma coisa acerca do parâmetro desconhecido **A** ou sobre o experimento sendo realizado, usam-se essas informações no estabelecimento da função densidade de probabilidade *a priori* para **A**. Se essa densidade contiver parâmetros, estes são estabelecidos fora do modelo (hiperparâmetros) (BRASIL, 2012).

Por outro lado, a *priori não informativa* ocorre em situações que se conhece muito pouco ou quando não se tem nenhuma informação disponível a priori, sendo que todos os possíveis valores de  $A$  como igualmente prováveis, isto é, com uma distribuição a priori uniforme (EHLERS, 2003).

Para Amaral e Inácio (2010), a verossimilhança  $P(B/A)$ , fornece a probabilidade de obter o dado, considerando diferentes valores possíveis da quantidade desconhecida de interesse (hipótese  $H$ ).

E a probabilidade a posteriori  $P(A/B)$ , fornece a probabilidade dos diferentes valores possíveis da quantidade de interesse depois de considerar os dados, representando o estado do conhecimento posterior aos dados (AMARAL; INÁCIO, 2010).

Em resumo, a probabilidade a posteriori é a combinação da priori com a verossimilhança, sendo que a diferença entre a *priori* e a *posteriori* é o aprendizado que se obtém com os dados.

### 2.6.1.1 Distribuição a priori

A utilização de informação a priori em inferência Bayesiana requer a especificação de uma distribuição a priori para a quantidade de interesse  $\theta$ . Esta distribuição deve representar (probabilisticamente) o conhecimento que se tem sobre  $\theta$  antes da realização do experimento. Neste sub-capítulo serão discutidas diferentes formas de especificação da distribuição a priori.<sup>12</sup>

- Distribuição a priori subjetiva<sup>13</sup>

A distribuição a priori subjetiva é usada quando não existe nenhuma base teórica objetiva para o ajuste do modelo. Nessas situações, a distribuição a priori representa a expectativa subjetiva do pesquisador a respeito do parâmetro de interesse. Com isso, a distribuição a posteriori para o parâmetro, obtida combinando essa distribuição a priori e a função de verossimilhança, mostra como o conhecimento pessoal do pesquisador é modificado pela informação dos

---

<sup>12</sup> ELEHRS, R. S. **Capítulo 2: Distribuições a Priori**. Disponível em: <<http://www.icmc.usp.br/~ehlers/bayes/cap2.pdf>> Acesso em 27 set. 2015

<sup>13</sup> MEYER, A. S. **Uma abordagem bayesiana para mapeamento de QTLs em população experimentais**. Tese de Doutorado, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo. Piracicaba, 2009. 130p.



dados (BOX; TIAO, 1973). O problema de como quantificar essa informação subjetiva e transformá-la em uma distribuição a priori que possa ser usada na abordagem Bayesiana, tem sido discutido abundantemente na literatura. Uma interação entre o pesquisador e o estatístico é fundamental para a determinação de tal a priori.

- Distribuições a priori conjugadas<sup>14</sup>

A idéia de distribuição conjugada é que as distribuições a priori e a posteriori pertençam à mesma classe de distribuições e assim a atualização do conhecimento que se tem sobre o parâmetro  $\theta$  envolve apenas uma mudança nos parâmetros indexadores da família de distribuições a priori, denominados hiperparâmetros, que diferem do parâmetro  $\theta$ . Neste caso, a distribuição a priori é representada por uma forma funcional, cujos parâmetros devem ser especificados de acordo com este conhecimento. Estes parâmetros indexadores da família de distribuições a priori são chamados de hiperparâmetros para distingui-los dos parâmetros de interesse  $\theta$ .

Esta abordagem em geral facilita a análise e o caso mais importante é o de prioris conjugadas. Neste caso, o aspecto sequencial do método Bayesiano pode ser explorado definindo-se apenas a regra de atualização dos hiperparâmetros já que as distribuições permanecem as mesmas.

• Se  $F = \{p(x|\theta), \theta \in \Theta\}$  é uma classe de distribuições amostrais então uma classe de distribuições  $P$  é conjugada a  $F$  se:

$$\forall p(x|\theta) \in F \text{ e } p(\theta) \in P \Rightarrow p(\theta|x) \in P.$$

Gamerman e Lopes (2006) ressaltam que a distribuição a priori conjugada deve ser usada com cuidado, pois sua utilização está muitas vezes associada às facilidades analíticas e nem sempre é uma representação adequada do conhecimento a priori do parâmetro.

- Distribuições a priori não informativa

Segundo Resende e Brighenti (2014), as distribuições a priori não informativas são utilizadas quando não existe informação a priori palpável, sendo essa informação de natureza objetiva ou subjetiva, ou

---

<sup>14</sup> ELEHRS, R. S. **Introdução à Inferência Bayesiana**. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

seja, o chamado estado de “ignorância da priori”. Ou quando o conhecimento a priori é pouco significativo em relação à informação amostral, ou o conhecimento é “vago” (PAULINO et al., 2003).

De maneira geral, são atribuídas distribuições a priori não informativas ou uniformes para os efeitos fixos e componentes de variância, como forma de caracterizar um conhecimento a priori vago sobre os referidos efeitos e componentes (GIANOLA; FERNANDO, 1986).

Uma priori não informativa pode ser obtida a partir de uma priori conjugada definindo-se o hiperparâmetro de escala tendendo a zero e mantendo os outros constantes. A seguir são apresentados alguns métodos para obtenção de distribuição a priori não informativa.

○ *Método de Jeffreys*<sup>15</sup>

A crítica da inconsistência da distribuição uniforme na representação formal da ignorância suscita que esta deva ser invariante sob transformações injectivas. Entre os procedimentos que asseguram esta invariância está aquele advogado por Jeffreys e que se baseia no uso da medida de informação de Fisher sobre  $\theta \in \mathbb{R}$ ,

$$I(\theta) = E \left[ \left( \frac{\partial \ln f(X|\theta)}{\partial \theta} \right)^2 \middle| \theta \right]. \quad (18)$$

Com efeito, o fato de para qualquer transformação real injectiva de  $\theta \in \mathbb{R}$  se ter

$$I(\psi) = I(\theta(\psi)) \left( \frac{d\theta}{d\psi} \right)^2 \quad (19)$$

mostra que a distribuição proposta por Jeffreys para caso uniparamétrico,

$$h(\theta) \propto [I(\theta)]^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

goza da referida propriedade de invariância.

---

<sup>15</sup> PAULINO, C. D.; TURKMAN, M. A. A.; MURTEIRA, B. **Estatística Bayesiana**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2003.

Quando em determinado estudo o pesquisador tem pouca ou nenhuma informação para se incorporar, considera-se uma priori não-informativa, por exemplo, a priori de Jeffreys (JEFFREYS, 1961).

○ *Distribuição a priori de referência*

A distribuição a priori de referência surgiu como uma forma objetiva para formular uma distribuição a priori não informativa que maximiza a falta de informação (BERNARDO, 2005; BERNARDO; SMITH, 2000).

A especificação da distribuição a priori de referência é complexa computacionalmente, mas para a função de verossimilhança abordada neste trabalho, a mesma coincide com o método de Jeffreys (YANG; BERGER, 1997). Na verdade, a distribuição a priori de Jeffreys se tornou um caso particular desta distribuição a priori em situações na qual a densidade a posteriori de  $\theta$  possui normalidade assintótica.

○ *Método de Bayes – Laplace*<sup>16</sup>

O argumento primeiramente invocado para gerar distribuições não informativas foi o princípio da razão insuficiente devido a Bayes e Laplace. De acordo com este princípio, na ausência de razão suficiente para privilegiar umas possibilidades em detrimento de outras, decorrente de escassez informativo *a priori*, deve-se adaptar a equiprobabilidade. A consideração deste argumento como objetivista não é totalmente pacífica já que é questionável falar-se de “ausência de razão suficiente” sem envolvimento de juízes subjetivos.

No caso em que  $\Theta$  é finito, pode-se dizer  $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_k\}$ , a distribuição não-informativa gerada por este argumento é a distribuição uniforme discreta:

$$h(\theta) = \frac{1}{k}, \theta \in \Theta. \quad (21)$$

---

<sup>16</sup> PAULINO, C. D.; TURKMAN, M. A. A.; MURTEIRA, B. **Estatística Bayesiana**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2003.

Quando  $\Theta$  é infinito numerável, é sobejamente conhecido que não existe nenhuma genuína distribuição de probabilidade compatível com a equiprobabilidade de todos os valores possíveis de  $\theta$ . Por outras palavras, a distribuição uniforme discreta neste caso não satisfaz o axioma de probabilidade total unitária, sendo por isso tipicamente denominada distribuição imprópria. O uso destas distribuições no mecanismo Bayesiano é, por isso, susceptível de várias críticas.

No caso em que  $\Theta$  é infinito não numerável, o princípio da razão insuficiente é interpretada de modo a conduzir à distribuição uniforme contínua, que é, de novo, imprópria se  $\Theta$  não é limitado.

A principal objecção que se veio a levantar à idéia de representação da ignorância por distribuições uniformes é a sua inconsistência no sentido em que  $\psi = \psi(\theta)$  é uma transformação injectiva de um parâmetro  $\theta$ , que assume uma gama contínua de valores possíveis, as distribuições uniformes para  $\theta$  e  $\psi$  não são, em regra, probabilisticamente compatíveis. De fato, sendo  $h(\theta)$  uma distribuição *a priori* para  $\theta$ ,

$$h(\psi) = h[\theta(\psi)] \left| \frac{d\theta}{d\psi} \right| \quad (22)$$

deve ser a correspondente distribuição para a reparametrização injectiva  $\psi$ , que não é necessariamente uniforme quando  $h(\theta)$  o é (pense-se em transformações não lineares).

○ *A distribuição beta*<sup>17</sup>

Suponha-se que o espaço amostral discreto  $\Omega$  é constituído apenas por dois valores distintos e suponha-se que  $X_i$  é uma variável aleatória que toma um dos dois valores distintos de  $\Omega$ , com probabilidades  $p_1$  e  $p_2$ .

A incerteza acerca da distribuição de probabilidade desconhecida  $G$  é equivalente à incerteza acerca dos valores para  $(p_1, p_2)$  ou, simplesmente, para  $p_1$  uma vez que  $p_1, p_2 \geq 0$  e  $p_1 + p_2 = 1$  e, por isso,  $p_2 = 1 - p_1$ . Um estatístico Bayesiano modela esta incerteza

---

<sup>17</sup> POLIDORO, M. J. F. P. **Metodologia bayesiana e adequação de modelos.** Tese de Doutoramento em Estatística e Investigação Operacional – Universidade de Lisboa, 2013.

atribuindo uma distribuição de probabilidade a priori para as probabilidades desconhecidas.

Como  $0 < p_1 < 1$ , qualquer distribuição de probabilidade no intervalo  $]0,1[$  define uma distribuição de probabilidade a priori para  $p_1$ . Em particular, uma distribuição bastante flexível é a distribuição beta, com função densidade de probabilidade:

$$h(p_1|\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2)}{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)} p_1^{\alpha_1-1} (1-p_1)^{\alpha_2-1}, \quad \alpha_1, \alpha_2 > 0 \quad (23)$$

onde  $(\alpha_1, \alpha_2)$  são os parâmetros da distribuição beta e  $\Gamma(\cdot)$  representa a função gama, definida por  $\Gamma(a) = \int_0^\infty u^{a-1} e^{-u} du$ ,  $a > 0$ .

Simbolicamente,  $p_1|\alpha_1, \alpha_2 \sim Be(\alpha_1, \alpha_2)$ . Como  $(p_1, p_2)$  define uma medida de probabilidade sobre  $\Omega$ , então a distribuição beta pode ser vista como uma distribuição de probabilidade sobre distribuições de probabilidades.

A atribuição dos valores para os parâmetros  $(\alpha_1, \alpha_2)$  é feita de modo a traduzir diferentes opiniões a priori para  $(p_1, p_2)$ . Suponha-se que  $\alpha_j = cq_j$ , com  $c > 0$ ,  $q_j \geq 0$  e  $q_1 + q_2 = 1$ . Denomine-se as crenças a priori  $(q_1, q_2)$  por  $G_0$ . Então, pelas propriedades da distribuição beta, tem-se que:

$$E[p_j] = \frac{\alpha_j}{\alpha_1 + \alpha_2} = q_j \quad (24)$$

e

$$Var[p_j] = \frac{q_j(1-q_j)}{c+1}. \quad (25)$$

Desta forma,  $q_j$  é entendida como uma medida de probabilidade que centra as crenças a priori e  $C$  reflete o grau de certeza nessas crenças. Um valor de  $C$  grande implica uma variância pequena e, portanto, uma forte crença a priori. É usual denominar  $C$  por parâmetro de concentração (ou precisão). Por exemplo, suponha-se que se define que  $q_1 = 0,5$  e  $c = 2$ , então, tem-se que  $p_1 \sim Be(1, 1)$ , que resulta na atribuição de uma distribuição a priori uniforme para  $p_1$ .

A escolha da distribuição beta para distribuição *a priori* para  $p_1$  é útil uma vez que ela é a distribuição conjugada natural da distribuição binomial. Desta forma, se  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  é a concretização de  $n$  variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas a  $G$ , então a distribuição *a posteriori* de  $(p_1, p_2)$  é ainda uma distribuição beta,  $Be(\alpha_1 + n_1, \alpha_2 + n_2)$ , onde  $n_j$ , para  $j = 1, 2$ , é o número de observações, na amostra, iguais a cada um dos dois valores possíveis do espaço amostral  $\Omega$ , com  $n_1 + n_2 = n$ .

### 2.6.1.2 Distribuição *a posteriori*<sup>18</sup>

A análise Bayesiana é conduzida combinando uma informação *a priori* como uma regra de atualização de  $p(\theta)$  com uma informação amostral  $p(y|\theta)$ . Segundo Paulino et al. (2003), a distribuição resultante dessa combinação  $p(\theta|y)$  é denominada distribuição *a posteriori* de  $\theta$  dado  $y$  e é dada por:

$$p(\theta|y) \propto p(\theta)p(y|\theta). \quad (26)$$

Segundo Box e Tiao (1992), a distribuição *a posteriori* pode ser vista como uma regra da atualização  $p(\theta|y)$  pelo fato de que a distribuição *a priori*  $p(\theta)$  contém pouca informação sobre o parâmetro. Porém, a informação relativa à situação experimental é observada na amostra. Assim, acredita-se que combinando essas “informações” haverá inferência mais precisas, principalmente se estas informações forem atualizadas a cada realização amostral e/ou experimental. Paulino et al. (2003) salientam que, nesta regra de atualização, está implícito o princípio da verossimilhança, pois toda informação sobre o parâmetro está contida na distribuição  $p(y|\theta)$ .

---

<sup>18</sup> ANDRADE, P. C. de R. **Comparação múltiplas Bayesianas em modelos normais homocedásticos e heterocedásticos**. Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentos Agropecuária – Universidade Federal de Lavras. Lavras/MG, 2008. 109p.

Uma vez que a distribuição *a posteriori* para os parâmetros está disponível, pode-se pensar em inferência. Em princípio, esta distribuição é a descrição mais completa possível de toda a informação disponível. Porém, para comparar e discutir resultados, bem como para resumir conclusões, é mais prático apresentar algumas quantidades que sintetizam esta distribuição (GELMAN et al., 2003). Examinam-se, então, as alternativas Bayesianas para os elementos centrais da inferência estatística clássica: estimação e intervalos de confiança.

### 2.6.1.3 Função de Verossimilhança<sup>19</sup>

Gamerman e Migon (1997) mencionam que a função de verossimilhança de  $\theta$  é a função que associa a cada  $\theta$ , o valor  $f(y|\theta)$ . Portanto, ao fixar um valor para  $y$  e variar os valores de  $\theta$ , pode-se observar a plausibilidade (ou verossimilhança) de cada um dos valores de  $\theta$ . Vale lembrar que a inferência Bayesiana obedece ao Princípio de Verossimilhança. É através desta função que o conhecimento *a priori* sobre  $\theta$  é modificado. Neste ponto, é importante lembrar que em uma análise científica, é apropriado que esta função seja dominante com relação à distribuição *a priori*. Afinal, é coerente pensar que qualquer informação relevante sobre o parâmetro  $\theta$  seja obtida através da realização de um experimento e, conseqüentemente, através dos dados.

### 2.6.2 Inferência Bayesiana

Historicamente, a aplicação de métodos Bayesianos foi limitada pela capacidade para realizar as funções resultantes que tinham soluções analíticas, necessitando-se soluções aproximadas. A estatística Bayesiana moderna se baseia em simulações de computador para aproximar os valores de integrais (CHRISTENSEN et al., 2011).

Em 1986, o trabalho clássico de Gianola e Fernando (1986) propôs a abordagem Bayesiana como uma estratégia conceitual para resolução de problemas em melhoramento animal, a qual foi detalhada por Gianola et al., (1990). Devido às excelentes propriedades teóricas e práticas da análise Bayesiana, acredita-se que a mesma tornar-se-á rotineira em melhoramento de espécies perenes, transformando-se no

---

<sup>19</sup> Um aprofundamento desta questão pode ser visto na obra de: SOUZA, 2008.

procedimento padrão de estimação de componentes de variância e de predição de valores genéticos (RESENDE, 2000).

Para Hainline (2013), a inferência estatística moderna pode ser dividida em duas principais escolas de pensamento: frequentista e Bayesiana.

A abordagem frequentista é o método clássico de análise estatística em que informação prévia, obtida por estudos ou ensaios anteriores, é usada apenas durante a fase de planejamento. Estatística Bayesiana, ao contrário, constrói informação prévia para a análise formal, uma vez que se torna disponível. Ensaios anteriores, estudos em outros países, ou opiniões de especialistas são considerados fontes válidas de informação prévia. O uso de informação prévia na análise pode ser útil no planejamento do estudo e pode-se argumentar que um resultado mais preciso resulta de uma análise Bayesiana. A informação prévia permite ao pesquisador a diminuir o alcance de um julgamento, o que resulta em um resultado mais específico (HAINLINE, 2013).

Em uma análise frequentista, a interpretação dos dados depende das intenções do pesquisador. Para frequentistas, antes que o experimento é conduzido, valores críticos devem ser determinados, e p-valores são a base para a tomada de decisões. Estatísticos Bayesianos afirmam que as hipóteses devem ser comparadas com o quão bem elas explicam os dados. P-valores representam a probabilidade de observar uma estatística de teste igual ou mais extrema quanto aquela observada em uma amostra, assumindo que a hipótese nula é verdadeira (HAINLINE, 2013).

Um valor-p pequeno em uma análise frequentista resultará na rejeição da hipótese nula (muitas vezes assumindo que não há associação) em favor da hipótese alternativa (muitas vezes alegando associação está presente). Estatística Bayesiana permite ao pesquisador obter *odds ratio* e probabilidades de previsão que possam demonstrar a magnitude do efeito que a variável tem sobre a variável de desfecho (HAINLINE, 2013).

Com a análise Bayesiana, cada análise compõe-se de dois tipos de informações: os dados que estão sendo analisados e a informação prévia. Sendo assim, o pesquisador é livre para escolher qualquer informação prévia que ajuda a explicar os dados que estão sendo analisados (HAINLINE, 2013).

Para Diggle e Ribeiro (2007), a inferência Bayesiana é o processo de se encontrar um modelo de probabilidade para um conjunto de dados e resumir o resultado para uma distribuição de probabilidade sobre os parâmetros do modelo, que são tratadas como variáveis



aleatórias e sobre quantidades não observadas como valores de novas observações (preditivas).

O teorema de Bayes é usado na inferência estatística para atualizar estimativas da probabilidade de que diferentes hipóteses sejam verdadeiras, baseado nas observações e no conhecimento de como essas observações se relacionam com as hipóteses (SORENSEN, 1996).

Para Amaral e Inácio (2010), os objetivos da estatística Bayesiana são:

- representar o desconhecimento a priori sobre os parâmetros do modelo com uma distribuição de probabilidade (distribuição a priori);
- atualizar esse desconhecimento a priori com dados atuais - verossimilhança (likelihood);
- e produzir uma distribuição de probabilidade para o parâmetro que contenha menos desconhecimento (distribuição posteriori).

Segundo Bernardo (2001), a estatística Bayesiana utiliza a probabilidade como uma medida condicional de incerteza associada com a ocorrência de um determinado evento, dada a informação disponível e os pressupostos aceitos.

“A abordagem Bayesiana para inferência permite estimativa de parâmetros utilizando informações provenientes dos dados através da função de probabilidade, bem como informações provenientes de outras fontes antes vistos os dados (ou seja, estudos anteriores, julgamentos subjetivos), que é formalizada através de distribuições anteriores. Teorema de Bayes combina a função de verossimilhança e a distribuição prévia para definição de uma nova quantidade, conhecida como distribuição posterior que forma a base da inferência Bayesiana. Os parâmetros são considerados como aleatórios e as suas estimativas resulta não só num único valor, mas nas probabilidades de seus valores possíveis que são dadas pela sua distribuição de probabilidade, conhecida como a distribuição marginal posterior.”<sup>20</sup>

---

<sup>20</sup> GOŞONIU, L. **Development of Bayesian geostatistical models with applications in malaria epidemiology**. Thesis Doktors, Universität Basel, Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät, 2008.

Para Resende (2000), em inferência Bayesiana, certos métodos que assumem distribuições a priori não informativas, são essencialmente de inferência verossimilhança, tais como o método VEIL (ou da verossimilhança integrada de Gianola e Foulley, 1990) de estimação de componentes de variância, os quais mantêm a propriedade de conduzir a análise exata de amostra de tamanho finito.

Ainda para Resende (2000), a estimação Bayesiana de variáveis aleatórias apresenta grande relevância em diversas áreas do conhecimento além da genética quantitativa, especialmente na biometria, econometria, engenharia, física e inteligência artificial, dentre outras. Segundo Sun et al. (1996), de maneira genérica, uma análise Bayesiana exata pode ser obtida para os modelos de componentes de variância baseados tradicionalmente na teoria da normalidade, permitindo, para qualquer parâmetro de interesse, uma detalhada inferência, para amostras de tamanho finito. Esta é uma das grandes vantagens da análise Bayesiana (RESENDE, 2000).

E para Lavine (2000), a análise Bayesiana utiliza a distribuição posterior para resumir o estado de conhecimento. A distribuição posterior combina informações a partir dos dados na mão expressa através da função de verossimilhança, com outras informações expressas através da distribuição prévia.

Segundo Resende et al. (2001), a análise Bayesiana de modelos lineares mistos baseia-se no conhecimento da distribuição a posteriori dos parâmetros a serem estimados, fato que possibilita a construção de intervalos de confiança exatos para as estimativas das variáveis aleatórias, componentes de variância e efeitos fixos. E ainda segundo Resende et al. (2001):

“Em inferência Bayesiana não existe qualquer distinção entre efeitos fixos ou aleatórios, sendo que os parâmetros a serem estimados são considerados variáveis aleatórias (Bibby e Toutenburg, 1977; Gianola e Fernando, 1986) que devem ser estimadas considerando as incertezas associadas a elas. Em termos de estimação, enquanto para a inferência frequentista vários estimadores para um parâmetro podem existir, para a inferência Bayesiana, existe, a princípio, um único estimador, o qual conduz a estimativas que maximizam a função densidade de probabilidade a posteriori. Dessa forma, os dados são fixados na distribuição a posteriori e a estimação Bayesiana permite a integrada

estimação-decisão e a análise exata de amostras de tamanho finito (Gianola et al., 1990), a qual não pode ser obtida pela metodologia clássica de modelos mistos.”

Em uma análise Bayesiana, a informação disponível a priori de um estudo é realizada e resumida em um modelo quantitativo ou hipótese: a distribuição de probabilidade a priori. O Teorema de Bayes utiliza a distribuição de probabilidade a priori e a verossimilhança dos dados para gerar uma distribuição de probabilidade a posteriori (ELLISON, 2004).

De modo geral, para Mattos e Silva (2002), a inferência Bayesiana se baseia na noção de probabilidade subjetiva, ou seja, no grau de confiança em determinada hipótese sobre quantidades de interesse não observáveis. Assim, esta probabilidade subjetiva pode variar entre indivíduos ou em função dos acontecimentos, estabelecendo-se uma probabilidade a priori sobre a hipótese. A atualização das informações com dados e evidências sobre a hipótese é realizada via Teorema de Bayes, modificando e refinando a probabilidade subjetiva continuamente (MATTOS; SILVA, 2002).

Em resumo, a análise Bayesiana propicia estimativas mais precisas de componentes de variância, parâmetros genéticos, valores genéticos e ganhos genéticos. Adicionalmente, a estimação Bayesiana permite a análise exata de amostras de tamanho finito. Este último aspecto é muito importante, especialmente para programas de melhoramento baseados em conjuntos de dados desbalanceados, onde tal abordagem propicia uma elegante análise de amostra finita, a qual não pode ser obtida pela metodologia frequentista de modelos mistos (RESENDE, 2000).

## **2.7 Análise do desempenho nas avaliações em massa**

As avaliações em massa de imóveis devem cumprir algumas condições de desempenho para serem consideradas de boa qualidade. Estas condições evidentemente estão em relação com o grau de aderência que os valores calculados pelo modelo e os valores reais de mercado apresentam. Quanto mais próximos estejam os valores calculados pelo modelo dos valores observados no mercado melhor será a qualidade da avaliação.

Segundo Davis (2001) o parâmetro mais usado como medida de desempenho global de uma avaliação é a mediana das razões de

avaliação. Dada uma observação com valor de mercado ( $P_0$ ) e valor calculado pelo modelo ( $P_c$ ), chama-se razão de avaliação ou *ratio* de avaliação ao quociente:

$$R = P_c/P_0 \quad (27)$$

Segundo este autor a mediana das razões é a medida recomendada pela IAAO (International Association of Assessing Officers) para monitorar o desempenho global de uma avaliação.

Em relação aos parâmetros de dispersão da avaliação, a medida mais comumente usada para avaliar a uniformidade de uma avaliação é o chamado coeficiente de dispersão ou COD.

O COD é obtido: 1) diminui-se de cada razão de avaliação a mediana de todas as razões; 2) é tomado o valor absoluto das diferenças anteriores; 3) calcula-se a média dos valores absolutos; 4) divide-se a média anterior pela mediana das razões de avaliação; 5) multiplica-se por 100.

O COD é referido como uma medida de dispersão horizontal. Ele proporciona informação sobre a uniformidade da avaliação dos imóveis em toda a área de estudo.

Um outro índice pode ser utilizado para medir a equidade vertical da avaliação, este índice é chamado de diferencial relativo ao preço ou PRD (em inglês *Price Related Differential*) e serve para detectar diferenças sistemáticas na forma que são avaliados os imóveis de alto e de baixo valor. Quando os imóveis de baixo valor são avaliados como uma porcentagem maior do valor de mercado que os imóveis de alto valor, a avaliação é chamada regressiva. No caso contrário a avaliação é chamada progressiva. O PRD é calculado dividindo a média das razões de avaliação pela sua média ponderada.

Os valores recomendados para a mediana das razões de avaliação (Davis, 2001) estão no intervalo de 0.90 e 1.10. Quanto aos valores considerados ideais para o coeficiente COD, são recomendados valores menores a 10 para imóveis residenciais em áreas muito homogêneas, menores a 15 para imóveis residenciais em áreas heterogêneas, e menores a 20 para terrenos baldios. Quanto ao parâmetro PRD o intervalo recomendado é entre 0.98 e 1.03. Valores menores a 0.98 sugerem progressividade e valores maiores que 1.03 sugerem regressividade na avaliação.

### 3. MÉTODO

Neste trabalho pretende-se desenvolver uma pesquisa para apresentar um método de avaliação em massa de imóveis pelo uso da Estatística Bayesiana, sendo que este método será aplicado na cidade de Balneário Camboriú no bairro Centro.

Segundo Silva e Menezes (2001), a pesquisa é um conjunto de ações, propostas para encontrar a solução para um problema, que tem por base procedimentos racionais e sistemáticos. A pesquisa é realizada quando se tem um problema e não se têm informações para solucioná-lo.

Para Vergara (1998), existem dois critérios básicos para classificação da pesquisa: quanto aos fins, e quanto aos meios.

Quanto aos fins, pode-se classificar este estudo como descritivo, uma vez que se propõe descrever um fenômeno ou objeto com a intenção de revelar particularidades e detalhes não perceptíveis normalmente (VERGARA, 2005).

Segundo Gil (2010), as pesquisas descritivas têm como objetivo a descrição das características de determinada população. Podem ser elaboradas também com a finalidade de identificar possíveis relações variáveis. São em grande número as pesquisas que podem ser classificadas como descritivas e a maioria das que são realizadas com objetivos profissionais provavelmente se enquadra nesta categoria.

Quanto aos meios a pesquisa se classifica como experimental, pois é investigação empírica na qual o pesquisador manipula e controla variáveis independentes e observa as variações que tal manipulação e controle produzem em variáveis dependentes (VERGARA, 1998).

Para Vergara (1998), a Variável:

“é um valor que pode ser dado por quantidade, qualidade, característica, magnitude, variando em cada caso individual. Variável independente é aquela que influencia, determina ou afeta a dependente. É conhecida, aparece antes, é o antecedente. Variável dependente é aquela que vai ser afetada pela independente. É descoberta, é o consequente. A pesquisa experimental permite observar e analisar um fenômeno, sob condições determinadas.”

Segundo Gil (2010), o desenvolvimento experimental:

“é trabalho sistemático, que utiliza conhecimentos derivados da pesquisa ou experiência prática com

vistas à produção de novos materiais, equipamentos, políticas e comportamentos, ou à instalação ou melhora de novos sistemas e serviços.”

Ainda segundo Gil (2010), o experimento:

“é uma pesquisa em que se manipulam uma ou mais variáveis independentes e os sujeitos são designados aleatoriamente a grupos experimentais. Com base no número de variáveis e na forma de designação dos sujeitos, podem ser definidas diferentes modalidades de planos experimentais.”

Neste caso, fazendo uso de algumas ferramentas de apoio na confecção de um mapa com gradientes de cores para identificar o valor unitário do metro quadrado. Desta forma, será desenvolvido um método de avaliação em massa para imóveis usando a estatística Bayesiana.

Para o desenvolvimento deste método de avaliação, primeiramente buscou-se o maior número de dados com informações de ofertas e transações realizadas de imóveis, num local já definido para este estudo, considerando as características e a localização dos mesmos.

Realizada a coleta dos dados e também a análise das variáveis de formação dos valores, buscou-se estimar a equação de regressão por mínimos quadrados.

Estimada equação de regressão por mínimos quadrados foi feita uma análise para verificar a existência ou não de dependência espacial. Como foi detectado a existência de autocorrelação espacial, buscou-se encontrar a equação de geoestatística que melhor represente a realidade do local através dos testes confiança.

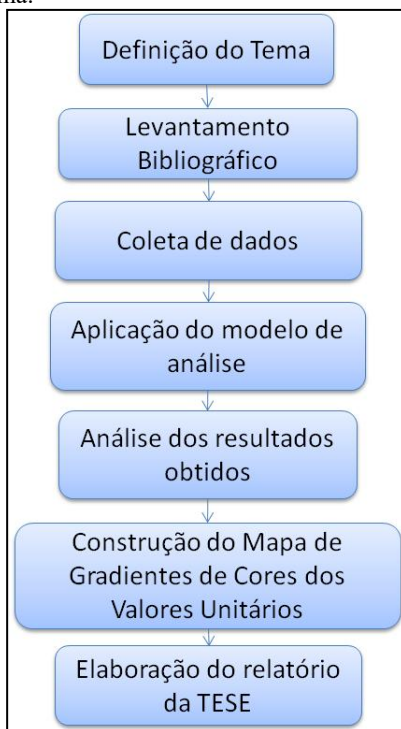
Encontrada a melhor equação foi feita uma análise de performance da avaliação em massa pela norma da IAAO.

E, por fim, foi feita a Krigagem Bayesiana para gerar valores para toda a área em estudo para construção de um mapa com gradientes de cores para identificar o valor unitário do metro quadrado.

As regressões por mínimos quadrados e espacial foram realizadas usando o software GeoDa de Anselin (2005), e para a regressão Bayesiana foi realizada usando o software Bayesian Regression do professor Ph.D. George Karabatsos (KARABATSOS, 2014). Para a Krigagem Bayesiana foi feito uso do software livre R usando o pacote geoRglm de Diggle e Ribeiro, 2000.

Para mostrar todas as etapas do trabalho será feita uma esquematização dos procedimentos da pesquisa para que se possam visualizar melhor as atividades a serem realizadas para se chegar ao objetivo final. A Figura 7 apresenta na forma de um fluxograma a ordem das atividades a serem realizadas.

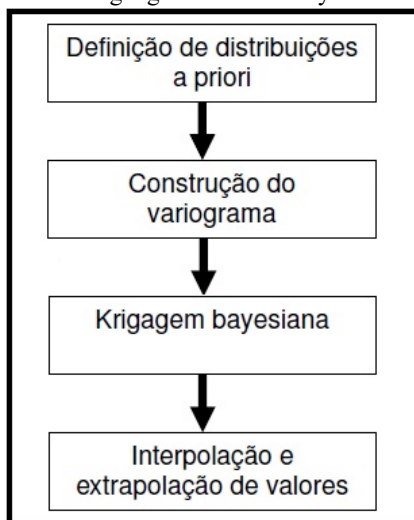
**Figura 7.** Fluxograma.



- **LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO:** Depois da definição do tema levantou-se a bibliografia sobre: cadastro fiscal, avaliação imobiliária, planta de valores genéricos (PVG), inferência Bayesiana, geostatística, e Krigagem;
- **COLETA DE DADOS:** Para encontrar um método de avaliação em massa, foi realizado uma coleta de dados no município de *Balneário Camboriú/SC* (praia central). Esta coleta foi realizada para obter as informações sobre os imóveis (à venda ou vendidos), contendo a identificação do imóvel, infra-estrutura da região, polos de valorização e desvalorização, características dos imóveis e valores.

- **APLICAÇÃO DO MODELO DE ANÁLISE:** Foi feita uma análise prévia dos dados, posteriormente foram testadas várias equações de regressão para as variáveis de formação de valores, assim como interações entre as variáveis independentes para encontrar um modelo que possa explicar melhor a formação do valor dos terrenos. Foram utilizadas as regressões por mínimos quadrados, espacial e Bayesiana para encontrar o modelo que melhor se adapte aos dados, e por fim foi aplicada a técnica da Krigagem Bayesiana (KB).
- **ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS:** Para analisar o desempenho do modelo em termos de padrões de desempenho para uma avaliação em massa, foi considerada a norma da IAAO (International Association of Assessing Officers) de estudos de *ratios* para avaliações em massa. Foram calculados os valores correspondentes da mediana de quocientes de avaliação (*ratios*), o coeficiente de dispersão (COD) e o diferencial relativo ao preço ou PRD (em inglês *Price Related Differential*) que são os parâmetros de comparação recomendados por esta norma.
- **CONSTRUÇÃO DE UM MAPA COM GRADIENTES DE CORES DOS VALORES UNITÁRIOS:** Por fim foi feito um mapa para mostrar os valores unitários através do método encontrado. No fluxograma da Figura 8 pode ser observado o método geoestatístico Bayesiano.

**Figura 8.** Etapas da metodologia geoestatística Bayesiana.





As etapas Krigagem Bayesiana utilizam o pacote estatístico GeoRglm de Diggle e Ribeiro (2007).



## 4. APLICAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

A aplicação do método proposto foi realizada no bairro Centro do município de Balneário Camboriú localizado no Vale do Itajaí do Estado de Santa Catarina.

### 4.1 Área de estudo<sup>21</sup>

Balneário Camboriú teve como primeiros habitantes os índios Tupi-guaranis. A colonização começou em 1826 com a chegada do açoriano Baltasar Pinto Corrêa. Anos depois com a vinda dos alemães em busca de solo fértil, formou-se na região uma pequena aldeia, o "Arraial do Bom Sucesso".

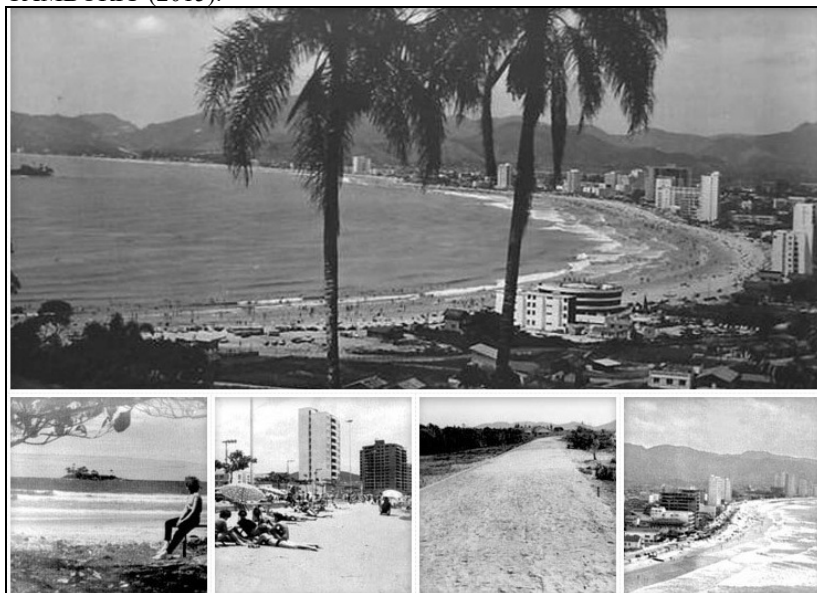
Em 1849 passou a ser distrito, iniciando no atual Bairro da Barra a construção da Igreja Nossa Senhora do Bom Sucesso, construída por escravos com óleo de baleia e argamassa (um dos atuais pontos turísticos). Em 1884 o lugarejo foi desmembrado de Itajaí, originando o município de Camboriú.

A partir de 1926 as famílias provenientes do Vale do Itajaí descobrem um verdadeiro paraíso de férias, e então são construídas as primeiras casas e o primeiro hotel. Em 20 de julho de 1964, Balneário Camboriú torna-se município, desmembrando-se de Camboriú.

---

<sup>21</sup> Conforme: PRAIA DE CAMBORIÚ. **História de Balneário Camboriú.** Disponível em: < <http://www.praiacamboriu.com.br/historia.php> > Acesso em 02 fev. 2015.

**Figura 9.** Imagens de Balneário Camboriú nos anos 60 e 70. Fonte: PRAIA DE CAMBORIÚ (2015).



Segundo os dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE (2015), a população de Balneário Camboriú no ano de 2014 é de 108.089 habitantes, tendo uma área de 46,244 km<sup>2</sup>.

E ainda segundo IBGE<sup>22</sup>, Balneário Camboriú encontra-se entre as latitudes 26° 59' 26" Sul e longitudes 48° 38' 05" Oeste, sendo sua altitude de 18m.

## 4.2 Pesquisa de Mercado

A pesquisa constituiu em um levantamento junto a imobiliárias da região de estudo, entrevistas com corretores, anúncios em classificados de jornais locais e pesquisa de campo *in loco*.

---

<sup>22</sup> Conforme: IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Sistema Geodésico Brasileiro**. Disponível em: [http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/bdgpesq\\_googlemaps.php#tabela\\_dados](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/bdgpesq_googlemaps.php#tabela_dados) Acesso em 07 mar. 2016.

### 4.2.1 Base de dados

Os dados foram coletados em Balneário Camboriú/SC, sendo que está coleta foi realizada no segundo semestre de 2009 considerando os imóveis transacionados (à vista, parcelado ou financiado) ou oferta. Inicialmente a base continha 120 dados, com transações e ofertas, diferentes padrões construtivos e diversas variáveis que serão descritas a seguir.

#### 4.2.1.1 Definição das variáveis e pressupostos

Foram utilizadas diversas variáveis que são extraídas diretamente do banco de dados coletado, sendo algumas descartadas ao longo das modelagens por não se encaixarem no modelo ou devido à falta de importância na área de estudo.

Endereço: localidade física do dado, contendo a via e número no qual o mesmo se encontra, se disponível, pode contar o número do apartamento e a vaga vinculada a mesma, não fazendo parte do modelo matemático-estatístico;

Edifício: nome do residencial no qual se encontra o dado, não fazendo parte do modelo matemático-estatístico;

E e N: coordenadas métricas (Universal Transversa de Mercator – UTM) do dado representando a localização geográfica do imóvel, sendo que o *datum* usado foi WGS84;

Área Total: variável quantitativa, em metros quadrados, da unidade, incluindo a área comum, que busca identificar a variabilidade dos preços em função da área total do imóvel. Caso tenha vagas de garagem em matrículas separadas, as áreas destas são incorporadas à área total da unidade;

Área Privativa: variável quantitativa, em metros quadrados, da unidade, não incluindo as áreas comuns e as áreas de vagas de garagem;

Número Total de Dormitórios: variável quantitativa que representa o número total de dormitórios, inclusive as suítes. Não estão sendo considerados os dormitórios de empregada. E a premissa é que com o aumento do número total de dormitórios implique em um valor unitário menor, podendo também ocorrer o contrário;

Número de Quartos de Empregada: variável quantitativa que representa o número total de quartos de empregada. Neste caso, não são considerados os demais dormitórios. E a premissa é que com o aumento do número total de quartos de empregada implique em um valor unitário maior, podendo também ocorrer o contrário;

Número de Banheiros: variável quantitativa que representa o número total de banheiros. E a premissa é que com o aumento do número total de banheiros implique em um valor unitário maior, podendo também ocorrer o contrário;

Quantidade de Vagas de Garagem: variável quantitativa que representa o número total vagas de garagem coberta e descobertas associadas ao apartamento, com ou sem matrícula independente. E a premissa é que com o aumento do número total de vagas de garagem implique em um valor unitário maior;

Quantidade de Elevadores: variável quantitativa que representa o número total de elevadores. E a premissa é que com o aumento do número total de elevadores implique em um valor unitário maior;

Fachada com Revestimento: variável dicotômica que busca identificar a variabilidade dos preços dos imóveis em razão da fachada com revestimento no edifício, sendo que a inexistência recebe a nota 0 (zero) e 1 (um) pela existência. E a premissa é que a existência de fachada com revestimento nas edificações agregue valor ao imóvel.

Idade: variável quantitativa, em anos, que representa a idade real e/ou aparente da edificação. E a premissa é que imóveis mais antigos, ou não reformados, tenham seus valores de venda menores;

Andar: variável quantitativa que representa o pavimento em que se encontra a unidade, buscando identificar a variabilidade dos preços conforme a altura da unidade na edificação. E a premissa é que unidades em pavimentos mais elevados possuam o valor de venda maior;

Vista Para o Mar: variável dicotômica que busca identificar a variabilidade dos preços dos imóveis em razão da existência de vista para o mar no apartamento, sendo que a inexistência recebe a nota 0 (zero) e 1 (um) pela existência. E a premissa é que a existência de vista para o mar agregue valor ao imóvel.

Sacada com Churrasqueira: variável dicotômica que busca identificar a variabilidade dos preços dos imóveis em razão da existência de sacada com churrasqueira no apartamento, sendo que a inexistência recebe a nota 0 (zero) e 1 (um) pela existência. E a premissa é que a existência de sacada com churrasqueira agregue valor ao imóvel;

Frente ou Fundos: variável dicotômica que busca identificar a variabilidade dos preços dos imóveis em razão do apartamento ser de frete ou de fundos, sendo que se for de fundos recebe a nota 0 (zero) e 1 (um) se for de frente. Tem-se como premissa que o apartamento de frente seja mais valorizado;

Piscina: variável dicotômica que busca identificar a variabilidade dos preços dos imóveis em razão do edifício ter piscina no

condomínio, sendo que se não tiver recebe a nota 0 (zero) e 1 (um) se tiver. E a premissa que o apartamento localizado em um condomínio que tenha piscina seja mais valorizado;

Evento: variável dicotômica que procura representar a natureza do evento, sendo nota 1 (um) para transação e nota 0 (zero) para oferta de mercado. Adotou-se a premissa de que possa haver uma diferença, para menor, entre o valor ofertado e o efetivo.

Valor Total: variável quantitativa que representa o preço total do bem à venda em R\$. Entretanto esta variável não foi utilizada uma vez que a variável Valor Unitário permite maior riqueza das informações e conclusões;

Valor Unitário: variável quantitativa que expressa o valor unitário, em R\$/m<sup>2</sup>, dos imóveis pesquisados. E a premissa é que o aumento da área do imóvel diminua o valor unitário;

COD: informação meramente ilustrativa que representa o número escolhido para representar o edifício em questão para facilitar a sua localização no mapa da região, não fazendo parte do modelo matemático-estatístico;

Distância ao Pólo: variável quantitativa, em metros, que busca identificar a variabilidade dos preços dos dados pesquisados em função de sua distância até o Pólo de referência. E a premissa é que o aumento da distância do imóvel em relação ao Pólo de referência provoque uma diminuição do valor unitário. No caso, os pólos que foram testados são: Distância da Praia e Distância da Praça Tamandaré;

Padrão: a variável padrão de acabamento descreve os vários níveis de acabamento de um edifício. Utilizou-se da variável qualitativa, pontuando (1) baixo; (2) normal e (3) alto. Para este caso adotou-se a premissa de que os valores aumentam conforme o seu melhor padrão de acabamento;

Estado de Conservação: define como uma variável qualitativa utilizada para avaliar o estado geral do imóvel, pontuando Ruim (1), Médio (2), Bom (3), Ótimo (4). E para este caso adotou-se a premissa de que os valores aumentam conforme o seu melhor estado de conservação.

#### **4.2.1.2 Saneamento dos dados**

Inicialmente o banco de dados continha 120 dados, contendo ofertas e transações de mercado, foi realizado um saneamento retirando dados com valores incoerentes, além dos que não condiziam com a realidade do local, entre outras inconsistências, restando 104 dados.

### 4.3 Mapa de localização

No que se refere à localização dos imóveis, a pesquisa incluiu a posição dos apartamentos, com o endereço completo, e posteriormente foi definido um código que define a localização do apartamento no mapa do Município fornecido pela Prefeitura, e assim, definindo um ponto para cada imóvel. E ainda foram registradas as coordenadas UTM (Universal Transversa de Mercator) que identificam a localização de cada apartamento.

Na Figura 10 pode ser observada a localização da cidade de Balneário Camboriú no Brasil.

**Figura 10.** Localização da cidade de Balneário Camboriú no Brasil.



Fonte: Wikipedia (2016).

E na Figura 11 pode ser observada a orla de Balneário Camboriú/SC.



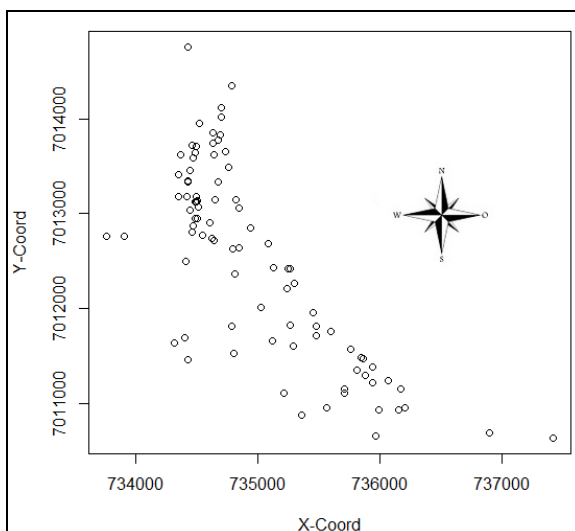
**Figura 11.** Localização da orla de Balneário Camboriú.



Fonte: GOOGLE EARTH-MAPAS (2016).

A localização dos dados da amostra na área de estudo pode ser visualizada na Figura 12.

**Figura 12.** Área de aplicação do método com apontamento das amostras coletadas.



#### 4.4 Variáveis analisadas

O georreferenciamento dos apartamentos da amostra no mapa do Município foi obtido como descrito anteriormente. Desta maneira foram identificadas as coordenadas métricas UTM para cada imóvel, sendo o *datum* WGS84.

As variáveis independentes que mostraram serem significativas para a avaliação na área onde foi aplicado o método estudado são as seguintes: a) Área Total (AT) medida em m<sup>2</sup>; b) Frente ou Fundos (Frente), sendo 0 apartamento de fundos e 1 de frente; c) Andar; d) Idade; e) Número de Dormitórios (ND); e f) Distância da Praia(DPRAIA) – medido pelo caminho até a praia e não em linha reta.

Como variável dependente para os modelos foi definida o Valor Unitário (VU), medido em reais por metro quadrado.

## 5. RESULTADOS E ANÁLISES

### 5.1 Modelos de Regressão

Para encontrar um modelo de regressão que melhor explique o valor da localização na área em estudo, buscou-se uma equação com as variáveis significativas na formação do valor para os imóveis.

Foram feitas transformações das variáveis independentes e da variável dependente, e também foram analisadas as interações entre as variáveis independentes para encontrar o melhor modelo de regressão.

#### 5.1.1 Regressão linear múltipla<sup>23</sup> para as variáveis formadoras de valor dos apartamentos

Foram testadas várias equações de regressão para as variáveis, assim como interações entre as variáveis independentes para encontrar um modelo que possa explicar melhor a formação do valor dos apartamentos no bairro Centro do município de Balneário Camboriú/SC.

O melhor modelo de regressão encontrado foi o seguinte:

$$\begin{aligned} \ln(VU) = & 5,511401 + (31,12281 \times (1/AT)) \\ & + (2,70535 \times (1/DPRAlA)) + (0,6073081 \times ND^{1/2}) \\ & + (-0,01493818 \times Idade) + (0,01416053 \times Andar) \\ & + (0,1918692 \times Frente) \end{aligned}$$

onde:

$VU$  = valor unitário (R\$/m<sup>2</sup>);

$AT$  = área total (m<sup>2</sup>);

$DPRAlA$  = distância da praia pela estrada (m);

$ND^{1/2}$  = número de dormitórios;

$Andar$  = andar do apartamento;

$Idade$  = idade do apartamento;

$Frente$  = apartamento de frente ou de fundos.

---

<sup>23</sup> Em inglês OLS - Ordinary Least Squares.

O Quadro 1 apresenta os valores e estatísticas referentes ao coeficiente de determinação, à significância dos regressores, ao sinal, e também à significância da regressão.

**Quadro 1.** Valores da Regressão para o modelo das variáveis de formação dos valores.

		Coefficiente	Significância
Variáveis independentes	Constante	5,511401	0,0000000
	1/AT	31,12281	0,0145052
	1/DPRAlA	2,70535	0,0000000
	ND <sup>^(1/2)</sup>	0,6073081	0,0000127
	Andar	0,01416053	0,0001565
	Idade	-0.01493818	0,0000003
	Frente	0,1918692	0,0013428
Variável dependente	ln(VU)		
R <sup>2</sup>	0,784242		
R <sup>2</sup> ajustado	0,770896		
F-estatístico	58,763		
Prob (F-estatístico)	3.87227e-030		
Erro padrão estimado	0,169293		
Números de observações	104		

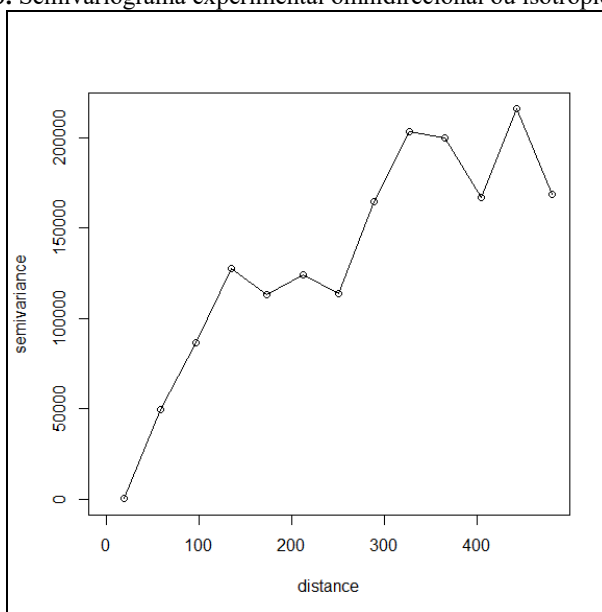
Pode-se observar que os coeficientes de todas as variáveis são significativos, com o nível de significância menor que 5%, com coeficiente de determinação superior a 78%, e o modelo sendo classificado como grau III segundo a NBR 14.653/2011-2.

## 5.1.2 Regressão espacial

### 5.1.2.1 Estimação da matriz de pesos

A matriz de vizinhança  $W$  foi construída baseada na distância indicada pelo semivariograma experimental omnidirecional, para os dados da amostra dos imóveis do município de Balneário Camboriú/SC no bairro Centro, como pode ser observado no semivariograma da Figura 13 abaixo:

**Figura 13.** Semivariograma experimental omnidirecional ou isotrópico do VU.



Conforme o semivariograma experimental omnidirecional acima, onde o gradiente de variação se estabiliza, aproximadamente, até 300 metros de distância os imóveis apresentam maior dependência espacial e depois desta distância a dependência diminui consideravelmente apresentando uma estrutura praticamente estacionária. Desta maneira, pode-se notar que os imóveis que se encontram muito próximos exercem uma forte influência entre si e esta influência diminui consideravelmente com a distância, de forma que, aqueles imóveis que se encontram separados por distâncias maiores quase não apresentam influência entre si.

### 5.1.2.2 Testes de autocorrelação espacial

Foram calculadas as estatísticas correspondentes aos testes de autocorrelação espacial de Moran's I, e também os testes do Multiplicador de Lagrange (  $LM$  ) com a matriz  $W$  (do peso), definida para o modelo da variável dependente e do erro e suas estatísticas robustas. No Quadro 2 podem-se observar os resultados.

**Quadro 2.** Testes de autocorrelação espacial do modelo.

TESTE	VALOR	PROBABILIDADE
Moran's I	0,8372797	0,4024352
LM (lag)	6,0234965	0,0141167
LM robusto (lag)	5,8629350	0,0154630
LM (erro)	0,2933405	0,5880878
LM robusto (erro)	0,1327790	0,7155679

Esses resultados mostram que há uma autocorrelação espacial nos resíduos do modelo de regressão por mínimos quadrados, pois a probabilidade do teste  $LM$  (lag) é baixa. Sendo assim, o modelo da defasagem espacial apresenta-se significativo.

### 5.1.2.3 Modelo de regressão espacial na defasagem $LM$ (lag) para as variáveis formadoras de valor dos apartamentos

No modelo de defasagem espacial foi usado a matriz de até 300 metros.

No Quadro 3 podem ser observados os resultados encontrados.

**Quadro 3.** Modelo da defasagem espacial. Variáveis independentes.

Variável	Coefficiente	Erro Padrão	Valor Z	Probabilidade
W <sub>ln(VU)</sub>	0,02911609	0,01145382	2,542043	0,0110207
Constante	5,307201	0,2747589	19,31585	0,0000000
1/(AT)	34,99747	11,82741	2,959013	0,0030864
1/(DPRAIA)	2,788294	0,2047816	13,61594	0,0000000
ND <sup>(1/2)</sup>	0,5909657	0,1238395	4,772029	0,0000018
Andar	0,0140154	0,003373855	4,154119	0,0000327
Idade	-0,01587764	0,002556708	-6,21019	0,0000000
Frente	0,1930556	0,05445892	3,544976	0,0003927

O coeficiente autorregressivo espacial é estimado como 0,02911609, e é significativo ( $p = 0,0110207$ ).

Segundo Trivelloni (2005), a estatística  $z$  corresponde ao equivalente para a regressão por máxima verossimilhança ao valor  $t$  de *Student* para o método de mínimos quadrados. As probabilidades indicam o grau de significância de cada variável de forma análoga que na regressão por mínimos quadrados.

A regressão espacial da defasagem mostrou uma pequena melhora em todas estatísticas de comparação em relação à regressão pelo método dos mínimos quadrados. No Quadro 4 pode-se observar esses resultados.

**Quadro 4.** Resultados do modelo da defasagem e de mínimos quadrados.

	Modelo da defasagem espacial	Modelo dos mínimos quadrados
Log Likelihood	43,8791	40,771
Critério de Akaike	-71,7582	-67,5419
Critério de Schwarz	-50,6031	-49,0312
Erro padrão da regressão	0,158681	0,163496
Erro padrão da estimativa (R\$)	R\$ 261,52	R\$ 270,57

O logaritmo da verossimilhança é o valor do logaritmo da função de verossimilhança (na hipótese de erros com distribuição

normal) calculado para os valores estimados dos coeficientes, e este aumentou de 40,771 para 43,8791. Os critérios de informação de Akaike e Schwarz, que são parâmetros indicativos da qualidade e poder explicativo da regressão também mostram que o modelo espacial foi superior ao de mínimos quadrados. E o erro padrão da regressão diminuiu de R\$ 270,57 para R\$ 261,52.

No Quadro 5, pode-se observar que o modelo de defasagem espacial teve uma melhora em relação ao erro relativo médio: no modelo dos mínimos quadrados foi de 13,24% e o modelo da defasagem espacial foi de 13,06%. Apesar das diferenças entre o modelo dos mínimos quadrados e o modelo da defasagem espacial não serem muito grandes, este último é conceitualmente mais adequado, apresentando, portanto, resultados mais confiáveis.



**Quadro 5.** Valores calculados em m<sup>2</sup> para a amostra.

OBS	VU(Campo)	VU(OLS)	VU(SLM)	e(OLS)	e(SLM)	VU(SLM)/VU(OLS)
1	R\$ 1.800,00	R\$ 1.448,15	R\$ 1.440,85	-19,55%	-19,95%	-0,50%
2	R\$ 2.371,79	R\$ 1.959,91	R\$ 1.989,59	-17,37%	-16,11%	1,51%
3	R\$ 1.819,06	R\$ 2.253,01	R\$ 2.309,40	23,86%	26,96%	2,50%
4	R\$ 3.142,68	R\$ 2.226,29	R\$ 2.271,15	-29,16%	-27,73%	2,02%
5	R\$ 2.800,00	R\$ 2.166,81	R\$ 2.191,34	-22,61%	-21,74%	1,13%
6	R\$ 2.666,67	R\$ 2.064,66	R\$ 2.086,92	-22,58%	-21,74%	1,08%
7	R\$ 2.272,73	R\$ 1.651,23	R\$ 1.637,24	-27,35%	-27,96%	-0,85%
8	R\$ 2.931,03	R\$ 3.072,53	R\$ 3.098,18	4,83%	5,70%	0,83%
9	R\$ 2.437,50	R\$ 2.134,68	R\$ 2.179,69	-12,42%	-10,58%	2,11%
10	R\$ 1.900,00	R\$ 1.960,20	R\$ 1.975,43	3,17%	3,97%	0,78%
11	R\$ 2.000,00	R\$ 1.679,44	R\$ 1.733,81	-16,03%	-13,31%	3,24%
12	R\$ 1.200,00	R\$ 1.509,16	R\$ 1.555,31	25,76%	29,61%	3,06%
13	R\$ 3.148,15	R\$ 3.369,20	R\$ 3.444,70	7,02%	9,42%	2,24%
14	R\$ 2.093,02	R\$ 2.422,27	R\$ 1.992,94	15,73%	-4,78%	-17,72%
15	R\$ 1.816,71	R\$ 1.517,65	R\$ 1.537,53	-16,46%	-15,37%	1,31%
16	R\$ 2.475,99	R\$ 2.553,31	R\$ 2.563,11	3,12%	3,52%	0,38%

Continua

Continuação

<b>OBS</b>	<b>VU(Campo)</b>	<b>VU(OLS)</b>	<b>VU(SLM)</b>	<b>e(OLS)</b>	<b>e(SLM)</b>	<b>VU(SLM)/VU(OLS)</b>
<b>17</b>	R\$ 2.419,08	R\$ 2.361,02	R\$ 2.406,11	-2,40%	-0,54%	1,91%
<b>18</b>	R\$ 1.881,72	R\$ 2.193,36	R\$ 2.225,62	16,56%	18,28%	1,47%
<b>19</b>	R\$ 2.311,32	R\$ 2.517,65	R\$ 2.579,67	8,93%	11,61%	2,46%
<b>20</b>	R\$ 2.096,07	R\$ 1.710,77	R\$ 1.708,54	-18,38%	-18,49%	-0,13%
<b>21</b>	R\$ 1.411,76	R\$ 2.052,12	R\$ 1.736,88	45,36%	23,03%	-15,36%
<b>22</b>	R\$ 1.389,96	R\$ 2.097,20	R\$ 2.121,26	50,88%	52,61%	1,15%
<b>23</b>	R\$ 2.750,00	R\$ 2.558,96	R\$ 2.608,11	-6,95%	-5,16%	1,92%
<b>24</b>	R\$ 2.000,00	R\$ 2.064,47	R\$ 2.057,13	3,22%	2,86%	-0,36%
<b>25</b>	R\$ 1.612,90	R\$ 1.993,52	R\$ 2.013,73	23,60%	24,85%	1,01%
<b>26</b>	R\$ 1.166,67	R\$ 1.436,22	R\$ 1.477,57	23,10%	26,65%	2,88%
<b>27</b>	R\$ 1.142,86	R\$ 1.179,88	R\$ 1.200,89	3,24%	5,08%	1,78%
<b>28</b>	R\$ 1.533,74	R\$ 1.510,51	R\$ 1.514,70	-1,51%	-1,24%	0,28%
<b>29</b>	R\$ 1.192,34	R\$ 1.194,51	R\$ 1.179,96	0,18%	-1,04%	-1,22%
<b>30</b>	R\$ 1.600,00	R\$ 1.480,08	R\$ 1.499,46	-7,49%	-6,28%	1,31%
<b>31</b>	R\$ 1.019,23	R\$ 1.210,96	R\$ 1.198,22	18,81%	17,56%	-1,05%
<b>32</b>	R\$ 1.083,33	R\$ 1.148,03	R\$ 1.159,85	5,97%	7,06%	1,03%
<b>33</b>	R\$ 1.944,44	R\$ 1.538,16	R\$ 1.556,62	-20,89%	-19,95%	1,20%

Continua

Continuação

OBS	VU(Campo)	VU(OLS)	VU(SLM)	e(OLS)	e(SLM)	VU(SLM)/VU(OLS)
34	R\$ 1.287,43	R\$ 1.423,98	R\$ 1.461,79	10,61%	13,54%	2,65%
35	R\$ 1.098,27	R\$ 1.523,05	R\$ 1.515,85	38,68%	38,02%	-0,47%
36	R\$ 1.833,33	R\$ 1.652,30	R\$ 1.661,33	-9,87%	-9,38%	0,55%
37	R\$ 1.568,18	R\$ 1.586,75	R\$ 1.601,76	1,18%	2,14%	0,95%
38	R\$ 1.609,20	R\$ 1.336,84	R\$ 1.345,40	-16,92%	-16,39%	0,64%
39	R\$ 1.000,00	R\$ 1.293,45	R\$ 1.292,23	29,35%	29,22%	-0,09%
40	R\$ 1.578,95	R\$ 1.498,63	R\$ 1.506,70	-5,09%	-4,58%	0,54%
41	R\$ 1.625,00	R\$ 1.497,56	R\$ 1.503,71	-7,84%	-7,46%	0,41%
42	R\$ 1.378,38	R\$ 1.420,85	R\$ 1.432,65	3,08%	3,94%	0,83%
43	R\$ 1.437,50	R\$ 1.402,78	R\$ 1.423,51	-2,41%	-0,97%	1,48%
44	R\$ 1.300,00	R\$ 1.369,57	R\$ 1.381,72	5,35%	6,29%	0,89%
45	R\$ 1.425,00	R\$ 1.350,31	R\$ 1.362,53	-5,24%	-4,38%	0,90%
46	R\$ 1.441,18	R\$ 1.201,99	R\$ 1.208,31	-16,60%	-16,16%	0,53%
47	R\$ 1.466,67	R\$ 1.311,11	R\$ 1.322,85	-10,61%	-9,81%	0,90%
48	R\$ 875,00	R\$ 1.340,27	R\$ 1.330,55	53,17%	52,06%	-0,73%
49	R\$ 937,50	R\$ 756,66	R\$ 783,08	-19,29%	-16,47%	3,49%
50	R\$ 2.113,64	R\$ 1.683,14	R\$ 1.685,10	-20,37%	-20,28%	0,12%

Continua

Continuação

<b>OBS</b>	<b>VU(Campo)</b>	<b>VU(OLS)</b>	<b>VU(SLM)</b>	<b>ε(OLS)</b>	<b>ε(SLM)</b>	<b>VU(SLM)/VU(OLS)</b>
<b>51</b>	R\$ 981,82	R\$ 1.049,43	R\$ 1.066,96	6,89%	8,67%	1,67%
<b>52</b>	R\$ 1.687,76	R\$ 1.700,59	R\$ 1.661,80	0,76%	-1,54%	-2,28%
<b>53</b>	R\$ 1.027,40	R\$ 769,41	R\$ 771,03	-25,11%	-24,95%	0,21%
<b>54</b>	R\$ 1.028,17	R\$ 1.679,44	R\$ 1.733,81	-16,03%	-13,31%	3,24%
<b>55</b>	R\$ 750,00	R\$ 1.148,05	R\$ 1.165,05	11,66%	13,31%	1,48%
<b>56</b>	R\$ 1.230,77	R\$ 814,08	R\$ 816,91	8,54%	8,92%	0,35%
<b>57</b>	R\$ 1.650,00	R\$ 1.177,61	R\$ 1.167,72	-4,32%	-5,12%	-0,84%
<b>58</b>	R\$ 1.031,25	R\$ 1.176,53	R\$ 1.200,90	-28,70%	-27,22%	2,07%
<b>59</b>	R\$ 1.250,00	R\$ 1.148,68	R\$ 1.169,73	11,39%	13,43%	1,83%
<b>60</b>	R\$ 1.341,67	R\$ 1.229,82	R\$ 1.235,23	-1,61%	-1,18%	0,44%
<b>61</b>	R\$ 857,14	R\$ 1.177,63	R\$ 1.208,44	-12,23%	-9,93%	2,62%
<b>62</b>	R\$ 1.533,33	R\$ 859,63	R\$ 858,54	0,29%	0,16%	-0,13%
<b>63</b>	R\$ 739,13	R\$ 1.402,65	R\$ 1.404,00	-8,52%	-8,43%	0,10%
<b>64</b>	R\$ 800,00	R\$ 945,06	R\$ 947,62	27,86%	28,21%	0,27%
<b>65</b>	R\$ 958,33	R\$ 943,54	R\$ 940,28	17,94%	17,54%	-0,35%
<b>66</b>	R\$ 950,00	R\$ 1.032,99	R\$ 1.026,28	7,79%	7,09%	-0,65%
<b>67</b>	R\$ 1.089,74	R\$ 834,31	R\$ 837,54	-12,18%	-11,84%	0,39%

Continua

Continuação

<b>OBS</b>	<b>VU(Campo)</b>	<b>VU(OLS)</b>	<b>VU(SLM)</b>	<b>ε(OLS)</b>	<b>ε(SLM)</b>	<b>VU(SLM)/VU(OLS)</b>
<b>68</b>	R\$ 1.710,53	R\$ 1.296,34	R\$ 1.281,52	18,96%	17,60%	-1,14%
<b>69</b>	R\$ 964,29	R\$ 1.454,28	R\$ 1.451,33	-14,98%	-15,15%	-0,20%
<b>70</b>	R\$ 1.533,33	R\$ 1.104,71	R\$ 1.110,61	14,56%	15,17%	0,53%
<b>71</b>	R\$ 1.035,71	R\$ 1.438,40	R\$ 1.441,98	-6,19%	-5,96%	0,25%
<b>72</b>	R\$ 1.028,57	R\$ 1.093,47	R\$ 898,61	5,58%	-13,24%	-17,82%
<b>73</b>	R\$ 1.228,57	R\$ 1.220,15	R\$ 1.219,70	18,63%	18,58%	-0,04%
<b>74</b>	R\$ 1.103,45	R\$ 1.344,63	R\$ 1.350,00	9,45%	9,88%	0,40%
<b>75</b>	R\$ 934,21	R\$ 1.182,27	R\$ 1.193,79	7,14%	8,19%	0,98%
<b>76</b>	R\$ 944,44	R\$ 1.042,82	R\$ 1.050,25	11,63%	12,42%	0,71%
<b>77</b>	R\$ 1.000,00	R\$ 945,54	R\$ 928,39	0,12%	-1,70%	-1,81%
<b>78</b>	R\$ 1.148,15	R\$ 1.120,08	R\$ 1.145,47	12,01%	14,55%	2,27%
<b>79</b>	R\$ 1.055,56	R\$ 1.052,59	R\$ 1.063,21	-8,32%	-7,40%	1,01%
<b>80</b>	R\$ 909,09	R\$ 998,57	R\$ 1.013,73	-5,40%	-3,96%	1,52%
<b>81</b>	R\$ 1.000,00	R\$ 1.048,91	R\$ 1.061,81	15,38%	16,80%	1,23%
<b>82</b>	R\$ 1.600,00	R\$ 1.042,21	R\$ 1.056,02	4,22%	5,60%	1,32%
<b>83</b>	R\$ 1.230,77	R\$ 1.442,95	R\$ 1.446,02	-9,82%	-9,62%	0,21%
<b>84</b>	R\$ 1.650,00	R\$ 1.177,61	R\$ 1.180,23	-4,32%	-4,11%	0,22%

Continua

Continuação

<b>OBS</b>	<b>VU(Campo)</b>	<b>VU(OLS)</b>	<b>VU(SLM)</b>	<b>ε(OLS)</b>	<b>ε(SLM)</b>	<b>VU(SLM)/VU(OLS)</b>
<b>85</b>	R\$ 1.250,00	R\$ 1.176,53	R\$ 1.198,79	-28,70%	-27,35%	1,89%
<b>86</b>	R\$ 1.341,67	R\$ 1.229,82	R\$ 1.235,55	-1,61%	-1,16%	0,47%
<b>87</b>	R\$ 857,14	R\$ 1.177,63	R\$ 1.208,44	-12,23%	-9,93%	2,62%
<b>88</b>	R\$ 1.533,33	R\$ 859,63	R\$ 858,54	0,29%	0,16%	-0,13%
<b>89</b>	R\$ 739,13	R\$ 1.402,65	R\$ 1.404,76	-8,52%	-8,39%	0,15%
<b>90</b>	R\$ 800,00	R\$ 945,06	R\$ 948,48	27,86%	28,32%	0,36%
<b>91</b>	R\$ 958,33	R\$ 943,54	R\$ 772,95	17,94%	-3,38%	-18,08%
<b>92</b>	R\$ 950,00	R\$ 1.032,99	R\$ 1.030,79	7,79%	7,56%	-0,21%
<b>93</b>	R\$ 1.089,74	R\$ 834,31	R\$ 843,41	-12,18%	-11,22%	1,09%
<b>94</b>	R\$ 1.710,53	R\$ 1.296,34	R\$ 1.280,70	18,96%	17,52%	-1,21%
<b>95</b>	R\$ 1.533,33	R\$ 1.454,28	R\$ 1.451,33	-14,98%	-15,15%	-0,20%
<b>96</b>	R\$ 1.228,57	R\$ 1.438,40	R\$ 1.442,04	-6,19%	-5,95%	0,25%
<b>97</b>	R\$ 1.103,45	R\$ 1.344,63	R\$ 1.350,00	9,45%	9,88%	0,40%
<b>98</b>	R\$ 934,21	R\$ 1.182,27	R\$ 1.193,79	7,14%	8,19%	0,98%
<b>99</b>	R\$ 944,44	R\$ 945,54	R\$ 932,16	0,12%	-1,30%	-1,42%
<b>100</b>	R\$ 1.055,56	R\$ 998,57	R\$ 1.013,73	-5,40%	-3,96%	1,52%
<b>101</b>	R\$ 909,09	R\$ 1.048,91	R\$ 1.061,81	15,38%	16,80%	1,23%

Continua

Continuação

<b>OBS</b>	<b>VU(Campo)</b>	<b>VU(OLS)</b>	<b>VU(SLM)</b>	<b>e(OLS)</b>	<b>e(SLM)</b>	<b>VU(SLM)/VU(OLS)</b>
<b>102</b>	R\$ 1.000,00	R\$ 1.042,21	R\$ 1.056,02	4,22%	5,60%	1,32%
<b>103</b>	R\$ 1.600,00	R\$ 1.442,95	R\$ 1.446,02	-9,82%	-9,62%	0,21%
<b>104</b>	R\$ 1.243,45	R\$ 971,78	R\$ 974,90	-21,85%	-21,60%	0,32%
<b>Desvio Médio</b>				<b>13,24%</b>	<b>13,06%</b>	<b>1,67%</b>

Com:

**VU(Campo)** = valor unitário recolhido em campo;

**VU(OLS)** = valor unitário calculado pelo método de mínimos quadrados;

**VU(SLM)** = valor unitário calculado pelo método da defasagem espacial;

**e(OLS)** = erro observado no método de mínimos quadrados;

**e(SLM)** = erro observado no método da defasagem espacial.

### 5.1.3 Regressão linear Bayesiana para as variáveis formadoras de valor dos apartamentos

Para a regressão linear Bayesiana o coeficiente de determinação foi de  $R^2 = 0,775$ .

Os parâmetros e suas respectivas médias *a posteriori* podem ser observados no Quadro 6. E este modelo usa como *a priori* os resultados obtidos na regressão clássica.

**Quadro 6.** Resumo das estimativas *a posteriori*.

Parâmetro	Média
beta 0 (constante)	6,007
beta:Frente	0,164
beta:Andar	0,013
beta:Idade	-0,013
beta:ND <sup>(1/2)</sup>	0,436
beta:1/DP	2,545
beta:1/AT	4,666

Com os parâmetros e suas respectivas médias, foram calculadas as predições para o valor unitário do metro quadrado dos apartamentos da amostra como pode ser observado no Quadro 7. Pode-se perceber que os valores preditos com o modelo Bayesiano de regressão linear têm uma discrepância maior com os valores observados em campo, em relação aos outros dois modelos.

**Quadro 7.** Valores calculados em m<sup>2</sup> para a amostra.

OBS	VU(Campo)	VU(Bayes)	e(Bayes)
1	R\$ 1.800,00	R\$ 1.471,56	-18,25%
2	R\$ 2.371,79	R\$ 1.931,18	-18,58%
3	R\$ 1.819,06	R\$ 2.195,72	20,71%
4	R\$ 3.142,68	R\$ 2.263,18	-27,99%
5	R\$ 2.800,00	R\$ 2.231,97	-20,29%
6	R\$ 2.666,67	R\$ 2.167,93	-18,70%
7	R\$ 2.272,73	R\$ 1.801,63	-20,73%

Continua



Continuação

OBS	VU(Campo)	VU(Bayes)	e(Bayes)
8	R\$ 2.931,03	R\$ 3.001,57	2,41%
9	R\$ 2.437,50	R\$ 2.086,28	-14,41%
10	R\$ 1.900,00	R\$ 1.994,81	4,99%
11	R\$ 2.000,00	R\$ 1.602,08	-19,90%
12	R\$ 1.200,00	R\$ 1.470,06	22,50%
13	R\$ 3.148,15	R\$ 3.335,09	5,94%
14	R\$ 2.093,02	R\$ 2.420,37	15,64%
15	R\$ 1.816,71	R\$ 1.426,63	-21,47%
16	R\$ 2.475,99	R\$ 2.578,32	4,13%
17	R\$ 2.419,08	R\$ 2.360,31	-2,43%
18	R\$ 1.881,72	R\$ 2.188,69	16,31%
19	R\$ 2.311,32	R\$ 2.554,99	10,54%
20	R\$ 2.096,07	R\$ 1.792,47	-14,48%
21	R\$ 1.411,76	R\$ 1.848,80	30,96%
22	R\$ 1.389,96	R\$ 2.184,17	57,14%
23	R\$ 2.750,00	R\$ 2.520,73	-8,34%
24	R\$ 2.000,00	R\$ 2.065,73	3,29%
25	R\$ 1.612,90	R\$ 1.471,56	-18,25%
26	R\$ 1.166,67	R\$ 1.956,82	21,32%
27	R\$ 1.142,86	R\$ 1.458,67	25,03%
28	R\$ 1.533,74	R\$ 1.208,92	5,78%
29	R\$ 1.192,34	R\$ 1.600,62	4,36%
30	R\$ 1.600,00	R\$ 1.295,47	8,65%
31	R\$ 1.019,23	R\$ 1.504,57	-5,96%
32	R\$ 1.083,33	R\$ 1.298,13	27,36%
33	R\$ 1.944,44	R\$ 1.154,06	6,53%
34	R\$ 1.287,43	R\$ 1.536,65	-20,97%
35	R\$ 1.098,27	R\$ 1.474,30	14,51%
36	R\$ 1.833,33	R\$ 1.540,40	40,26%

Continua

## Continuação

OBS	VU(Campo)	VU(Bayes)	e(Bayes)
37	R\$ 1.568,18	R\$ 1.639,85	-10,55%
38	R\$ 1.609,20	R\$ 1.624,48	3,59%
39	R\$ 1.000,00	R\$ 1.342,38	-16,58%
40	R\$ 1.578,95	R\$ 1.297,56	29,76%
41	R\$ 1.625,00	R\$ 1.509,86	-4,38%
42	R\$ 1.378,38	R\$ 1.549,48	-4,65%
43	R\$ 1.437,50	R\$ 1.430,25	3,76%
44	R\$ 1.300,00	R\$ 1.389,91	-3,31%
45	R\$ 1.425,00	R\$ 1.399,91	7,69%
46	R\$ 1.441,18	R\$ 1.381,83	-3,03%
47	R\$ 1.466,67	R\$ 1.234,20	-14,36%
48	R\$ 875,00	R\$ 1.341,98	-8,50%
49	R\$ 937,50	R\$ 1.382,19	57,96%
50	R\$ 2.113,64	R\$ 755,20	-19,45%
51	R\$ 981,82	R\$ 1.711,18	-19,04%
52	R\$ 1.687,76	R\$ 1.058,30	7,79%
53	R\$ 1.027,40	R\$ 1.718,73	1,83%
54	R\$ 1.028,17	R\$ 836,49	-18,58%
55	R\$ 750,00	R\$ 1.196,04	16,33%
56	R\$ 1.230,77	R\$ 851,23	13,50%
57	R\$ 1.650,00	R\$ 1.149,05	-6,64%
58	R\$ 1.031,25	R\$ 1.122,01	-32,00%
59	R\$ 1.250,00	R\$ 1.194,47	15,83%
60	R\$ 1.341,67	R\$ 1.201,17	-3,91%
61	R\$ 857,14	R\$ 1.086,02	-19,05%
62	R\$ 1.533,33	R\$ 906,39	5,75%
63	R\$ 739,13	R\$ 1.371,83	-10,53%
64	R\$ 800,00	R\$ 954,12	29,09%
65	R\$ 958,33	R\$ 949,29	18,66%

Continua

Continuação

OBS	VU(Campo)	VU(Bayes)	e(Bayes)
66	R\$ 950,00	R\$ 1.006,87	5,07%
67	R\$ 1.089,74	R\$ 829,90	-12,64%
68	R\$ 1.710,53	R\$ 1.250,79	14,78%
69	R\$ 964,29	R\$ 1.463,89	-14,42%
70	R\$ 1.533,33	R\$ 1.400,84	-8,64%
71	R\$ 1.035,71	R\$ 1.121,64	8,30%
72	R\$ 1.028,57	R\$ 1.232,60	19,84%
73	R\$ 1.228,57	R\$ 1.348,11	9,73%
74	R\$ 1.103,45	R\$ 1.211,24	9,77%
75	R\$ 934,21	R\$ 1.089,98	16,67%
76	R\$ 944,44	R\$ 988,10	4,62%
77	R\$ 1.000,00	R\$ 1.090,84	9,08%
78	R\$ 1.148,15	R\$ 1.104,44	-3,81%
79	R\$ 1.055,56	R\$ 942,12	-10,75%
80	R\$ 909,09	R\$ 1.033,43	13,68%
81	R\$ 1.000,00	R\$ 995,51	-0,45%
82	R\$ 1.600,00	R\$ 1.407,97	-12,00%
83	R\$ 1.230,77	R\$ 1.149,05	-6,64%
84	R\$ 1.650,00	R\$ 1.122,01	-32,00%
85	R\$ 1.250,00	R\$ 1.201,17	-3,91%
86	R\$ 1.341,67	R\$ 1.086,02	-19,05%
87	R\$ 857,14	R\$ 906,39	5,75%
88	R\$ 1.533,33	R\$ 1.371,83	-10,53%
89	R\$ 739,13	R\$ 954,12	29,09%
90	R\$ 800,00	R\$ 949,29	18,66%
91	R\$ 958,33	R\$ 1.006,87	5,07%
92	R\$ 950,00	R\$ 829,90	-12,64%
93	R\$ 1.089,74	R\$ 1.250,79	14,78%
94	R\$ 1.710,53	R\$ 1.463,89	-14,42%

Continua

Continuação

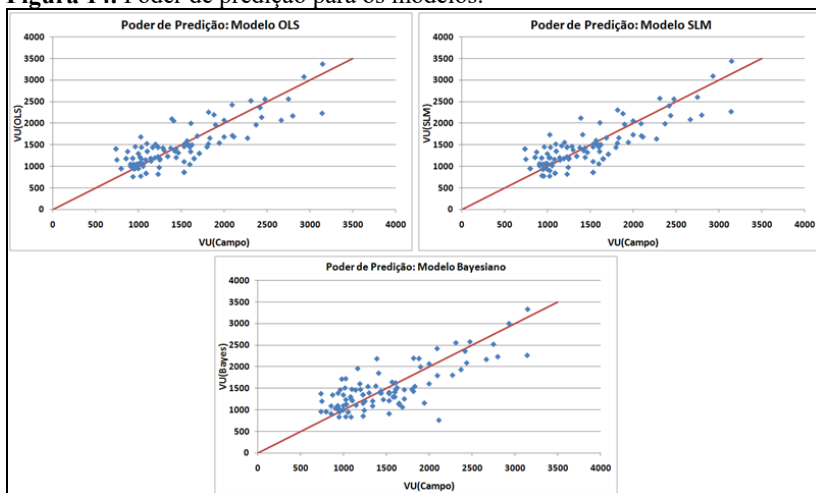
OBS	VU(Campo)	VU(Bayes)	e(Bayes)
95	R\$ 1.533,33	R\$ 1.400,84	-8,64%
96	R\$ 1.228,57	R\$ 1.348,11	9,73%
97	R\$ 1.103,45	R\$ 1.211,24	9,77%
98	R\$ 934,21	R\$ 1.089,98	16,67%
99	R\$ 944,44	R\$ 988,10	4,62%
100	R\$ 1.055,56	R\$ 942,12	-10,75%
101	R\$ 909,09	R\$ 1.033,43	13,68%
102	R\$ 1.000,00	R\$ 995,51	-0,45%
103	R\$ 1.600,00	R\$ 1.407,97	-12,00%
104	R\$ 1.243,45	R\$ 985,02	-20,78%
<b>Desvio Médio</b>			<b>13,92%</b>

Onde:

**VU(Campo)** = valor unitário recolhido em campo;**VU(Bayes)** = valor unitário calculado pelo método Bayesiano (regressão linear);**e(SLM)** = erro observado no método Bayesiano (regressão linear).

Na Figura 14 é apresentado o poder de predição dos modelos. O modelo de regressão linear e o modelo de regressão espacial da defasagem apresentaram um poder de predição muito próximo. Porém, o erro relativo médio foi mais baixo para o modelo de regressão espacial da defasagem 13,06% à 13,24% da regressão por mínimos quadrados.

**Figura 14.** Poder de predição para os modelos.



Portanto, foi utilizado o modelo de regressão espacial da defasagem, pois este apresentou um poder de predição melhor para os valores unitários na área de estudos.

## 5.2 Krigagem para avaliação em massa de imóveis

Para estimar o valor unitário dos apartamentos, foi feita uma homogeneização para os apartamentos avaliandos, sendo que para isso foram usados três apartamentos paradigmas conforme a Quadro 8.

**Quadro 8.** Apartamentos paradigmas.

Paradigma	Frente	Andar	Idade	ND	AT
A	1	4	6	3	238,65
B	0	5	5	3	170,00
C	1	3	12	4	156,00

Cada apartamento paradigma corresponde a uma determinada área no bairro Centro de Balneário Camboriú/SC, sendo que estas áreas podem ser observadas na Figura 16. E o critério adotado para a determinação dos valores para as variáveis de cada apartamento

paradigma foi a quantidade de vezes que estes valores apareceram na amostra nas respectivas áreas.

Após encontrar o modelo de predição que melhor correspondeu com a realidade para a praia central de Balneário Camboriú/SC, foi feita uma Krigagem Ordinária e uma Krigagem Bayesiana.

Posteriormente foram escolhidos alguns elementos da amostra com os respectivos valores unitários para os dados de campo, de Krigagem Ordinária (KO) e de Krigagem Bayesiana (KB) como pode-se observar no Quadro 9.

**Quadro 9.** Valores calculados em m<sup>2</sup> para a amostra através de Krigagem.

<b>VU(SLM) paradigma</b>	<b>Krigagem Ordinária</b>	<b>Krigagem Bayesiana</b>	<b>e(KO)</b>	<b>e(KB)</b>	<b>KB/KO</b>
R\$ 1.272,14	R\$ 1.220,66	R\$ 1.281,35	-4,05%	0,72%	4,97%
R\$ 1.299,71	R\$ 1.249,99	R\$ 1.317,79	-3,83%	1,39%	5,42%
R\$ 1.388,03	R\$ 1.339,29	R\$ 1.393,96	-3,51%	0,43%	4,08%
R\$ 1.541,11	R\$ 1.539,75	R\$ 1.544,60	-0,09%	0,23%	0,32%
R\$ 1.402,47	R\$ 1.244,62	R\$ 1.536,77	-11,26%	9,58%	23,47%
R\$ 1.567,39	R\$ 1.231,76	R\$ 1.525,61	-21,41%	-2,67%	23,86%
R\$ 1.462,94	R\$ 1.219,81	R\$ 1.512,37	-16,62%	3,38%	23,98%
R\$ 1.400,43	R\$ 1.198,20	R\$ 1.412,16	-14,44%	0,84%	17,86%
R\$ 1.274,38	R\$ 1.198,73	R\$ 1.386,51	-5,94%	8,80%	15,66%
R\$ 1.361,33	R\$ 1.200,87	R\$ 1.348,84	-11,79%	-0,92%	12,32%
R\$ 1.298,63	R\$ 1.205,52	R\$ 1.301,39	-7,17%	0,21%	7,95%
R\$ 1.521,84	R\$ 1.267,83	R\$ 1.510,44	-16,69%	-0,75%	19,14%
R\$ 1.483,00	R\$ 1.308,88	R\$ 1.505,86	-11,74%	1,54%	15,05%
R\$ 1.551,40	R\$ 1.385,75	R\$ 1.527,36	-10,68%	-1,55%	10,22%
R\$ 1.659,58	R\$ 1.529,52	R\$ 1.616,19	-7,84%	-2,61%	5,67%
<b>Desvio Médio</b>			<b>4,83%</b>	<b>2,46%</b>	<b>6,72%</b>

Onde:

**e(KO)** = erro observado na Krigagem Ordinária;

**e(KB)** = erro observado na Krigagem Bayesiana.

Conforme a Tabela 9, a Krigagem Bayesiana obteve resultados bem semelhantes aos dados coletados em campo, e consideravelmente melhor do que a os resultados obtidos pela Krigagem Ordinária. Neste caso optou-se em aplicar a Krigagem Bayesiana para fazer a avaliação em massa de imóveis no bairro Centro do município de Balneário Camboriú/SC.

Foi feito um teste t pareado para saber se as duas médias obtidas pelas Krigagens Ordinária e Bayesiana são significativamente diferentes. A hipótese nula das médias iguais foi rejeitada com significância igual a  $1,60247E-05$ . Em seguida, para verificar se os resultados obtidos com as Krigagens diferiram dos valores obtidos com o modelo de regressão espacial, considerados como referência, também fizeram-se testes de hipótese para as médias com duas populações pareadas (dependentes). Nestes casos, a hipótese de médias iguais foi rejeitada na comparação dos resultados entre a situação de referência com a krigagem ordinária (significância de  $3,1299E-05$ ) e foi aceita na comparação dos resultados entre a situação de referência com a krigagem bayesiana (significância de  $0,241113886$ ). Ou seja, os valores calculados pela Krigagem Bayesiana não tiveram mudanças significativas em relação aos valores calculados pelo modelo espacial.

### **5.2.1 Krigagem Bayesiana para Valores Unitários calculados com o modelo de regressão espacial na defasagem**

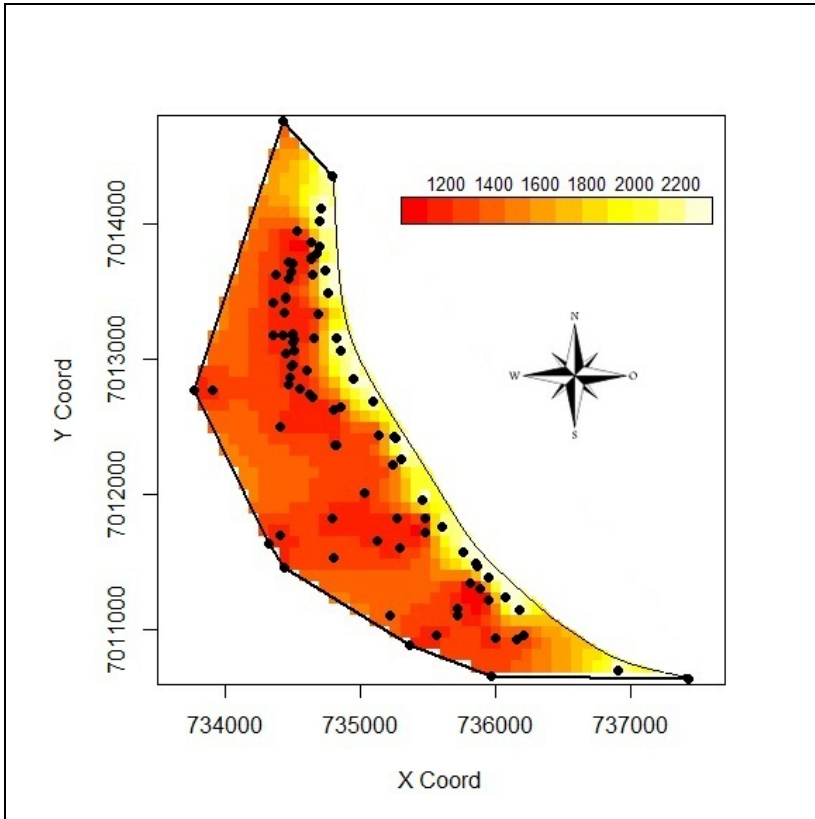
Usando os Valores Unitários calculados com o modelo de regressão na defasagem foi construído um semivariograma experimental conforme Figura 13.

Para a construção do semivariograma, foi considerado que o efeito pepita seja nulo, e que há incerteza nos parâmetros média, alcance e patamar. E o modelo utilizado foi o modelo da Família Matérn para  $k=0,5$ .

Pode-se observar que o gradiente de variação se estabiliza aproximadamente a partir dos 300 metros de distância.

Em seguida, para os mesmo Valores Unitários, foi feita uma Krigagem Bayesiana para os imóveis avaliando conforme Figura 15. Podem ser observadas as áreas com maior e menor valor conforme o gradiente de cores que permite uma análise visual mais rápida e simples das áreas.

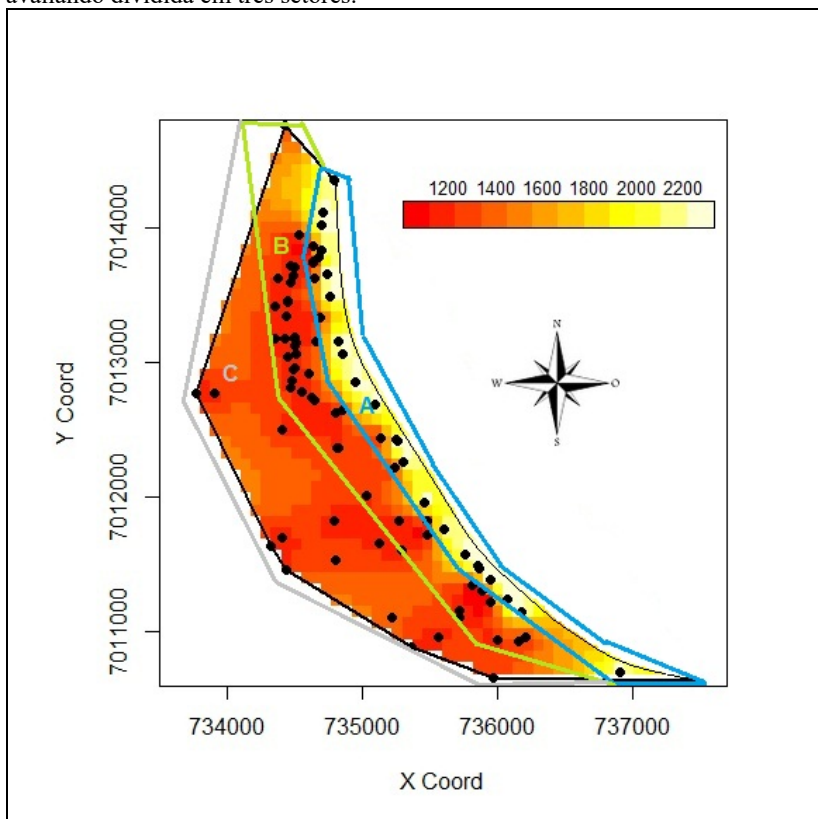
**Figura 15.** Krigagem para variável VU usando método SLM para os imóveis avaliando.



Na Figura 16 a área avaliada foi separada em três setores A, B e C, sendo assim pode-se identificar ainda melhor a variação de valores.



**Figura 16.** Krigagem para variável VU usando método SLM para os imóveis avaliando dividida em três setores.

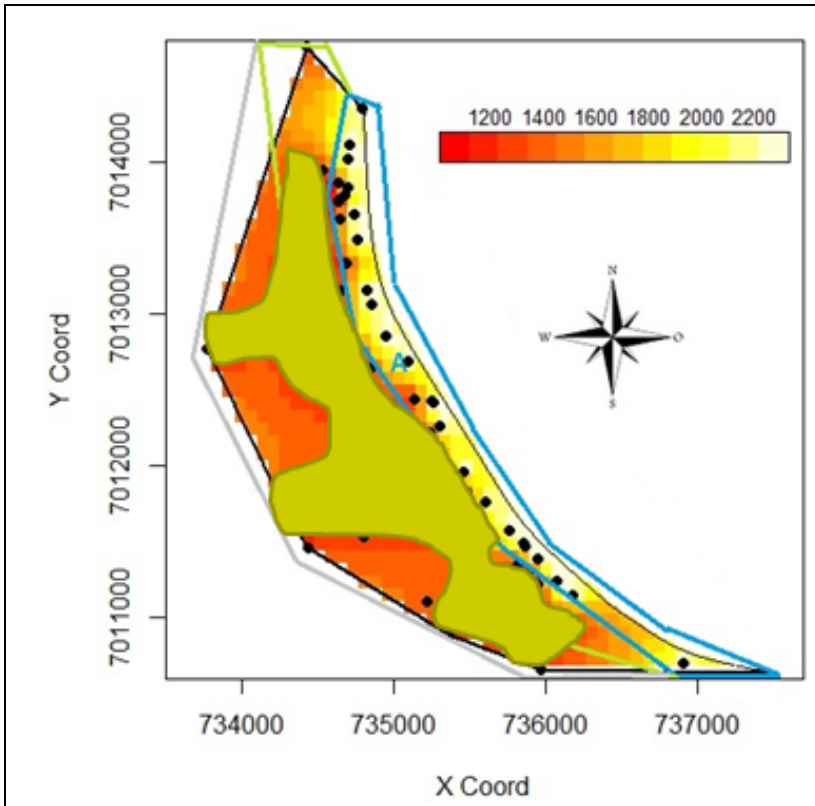


A área em tom amarelado, que pode ser observada no setor A, são as áreas mais valorizadas, pois são aquelas de frente ao mar e proximidades.

Entretanto as áreas em tom avermelhadas, os setores B e C, são aquelas áreas que ficam mais de 300 metros da praia, sendo que quanto mais afastado for o imóvel (setor C), o valor do metro quadrado diminui. O setor C é aquele que fica próximo a BR 101. Porém não diminui de forma acentuada, pois os imóveis localizados na área em que o modelo foi aplicado existem pouca variação de valor.

Na Figura 17, pode-se observar que valores do setor B entram também no setor C. Isto pode ser observado em três pontos diferentes do setor C. Nestes lugares há uma grande concentração comercial.

**Figura 17.** Krigagem para variável VU usando método SLM para os imóveis avaliando dividida em três setores.



A cidade de Balneário Camboriú como um todo, é uma cidade valorizada e com crescimento nos valores dos imóveis nos últimos 10 anos.

Por fim, os resultados da Krigagem da Figura 16 apresentaram coerência com a realidade da área de estudo possibilitando uma fácil interpretação.

### 5.3 Análise do resultado da avaliação em massa

Os resultados obtidos pelo modelo de regressão mostram uma boa capacidade de predição.

Para analisar o desempenho do modelo de regressão espacial da defasagem para uma avaliação em massa, foi considerada a norma da IAAO de estudos de *ratios* para avaliações em massa.

Foram calculados os valores correspondentes da mediana de quocientes de avaliação (*ratios*) o coeficiente de dispersão (COD) e o diferencial relativo ao preço (PRD). No Quadro 10 podem ser observados esses resultados.

**Quadro 10.** Parâmetros de desempenho da avaliação em massa.

ESTATÍSTICA	APARTAMENTOS
Razão de Mediana	0,989029
Razão de Média	1,012514
COD	2,374526
PRD	1,005

E estes parâmetros observados devem ser comparados com os valores do Quadro 11 que apresenta os valores recomendados pela IAAO.

**Quadro 11.** Valores padronizados para avaliação em massa propostos pela IAAO.

ESTATÍSTICA	VALORES RECOMENDADOS
Mediana dos <i>ratios</i> de avaliação	Entre 0.9 e 1.1
COD imóveis construídos	<15.0
PRD	Entre 0,980 e 1,030

Como pode ser observado, o modelo é satisfatório, pois os resultados obtidos estão dentro dos parâmetros exigidos pela IAAO.



## **6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES**

### **6.1 Conclusões**

#### **6.1.1 Sobre o modelo de regressão para as variáveis formadoras de valor**

As variáveis obtidas na coleta de dados do município de Balneário Camboriú para o bairro Centro foram suficientes para elaborar e aplicar o método de regressão apresentado.

#### **6.1.2 Sobre regressão e autocorrelação espacial**

No local onde foi aplicado o modelo comprovou-se a existência de autocorrelação espacial nos resíduos do modelo de regressão por mínimos quadrados.

O modelo de regressão com defasagem espacial mostrou um poder de explicação maior em relação ao modelo de regressão por mínimos quadrados e ao modelo de regressão linear Bayesiano para as variáveis formadoras de valor.

O parâmetro de autocorrelação permitiu estimar a influência da vizinhança para cada dado pontual da amostra.

#### **6.1.3 Sobre construção da matriz de pesos**

A matriz de pesos foi obtida através do semivariograma experimental utilizando os dados coletados em campo. Entretanto, deve-se ter cuidado quando se faz uso desta distância, pois nem sempre a distância obtida através do semivariograma vai necessariamente ser a melhor distância para a matriz de pesos. Outras distâncias devem ser testadas nas equações de regressão para que se possa ter certeza de que esta é a melhor distância.

A matriz de pesos utilizada na regressão da defasagem espacial foi de 300 metros, que neste caso coincidiu com a distância indicada pelo semivariograma experimental.

#### **6.1.4 Sobre a geoestatística na avaliação em massa de imóveis**

O método de regressão *SLM* utilizado comprovou ser adequado pelos testes de autocorrelação espacial nos resíduos do modelo de

mínimos quadrados calculados com a matriz  $W$  serem significativos e pela significância dos regressores do modelo de regressão espacial estimados.

O semivariograma experimental mostrou ser uma ferramenta muito importante para a construção da matriz de pesos espaciais para a regressão espacial, definindo assim o principal parâmetro da matriz que é a distância máxima de vizinhança em função da análise dos dados de mercado.

#### **6.1.5 Sobre a Krigagem Bayesiana**

A Krigagem Bayesiana obteve melhores resultados em relação a Krigagem ordinária, sendo assim, serviu para gerar valores entre os vizinhos, pois dificilmente se obtém dados na coleta em campo para toda a área estudada. Entretanto deve ser lembrado que a Krigagem é um método de interpolação, que vizinhos muito afastados podem gerar erros na estimação dos valores unitários.

Uma conclusão importante deste trabalho é o uso da estatística Bayesiana na avaliação em massa de imóveis, pois antes desse trabalho não se tem estudos sobre tal.

Os resultados foram muito bons, pois a estatística espacial ajudou a encontrar o modelo de predição de valores unitários condizentes com a realidade do local.

#### **6.1.6 Sobre a aplicação do método para a avaliação em massa de imóveis**

O método proposto permitiu encontrar um modelo de avaliação em massa de imóveis para o bairro Centro do município de Balneário Camboriú com os dados da amostra coletada no local. O modelo apresentou um ajuste adequado para todos os imóveis e para toda a área considerada de acordo com a análise de desempenho da avaliação em massa feita neste trabalho.

Desta forma o método proposto poderá ser muito útil para a prefeitura municipal calcular e atualizar as Planta de Valores Genéricos do município.

## **6.2      Recomendações para futuros trabalhos**

Com os resultados e as conclusões alcançadas neste trabalho e a partir da análise de algumas características dos métodos utilizados são apresentadas a seguir algumas recomendações para futuras pesquisas:

1. Testar outras distribuições a priori para os parâmetros e comparar os resultados obtidos. Um próximo passo seria o teste de prioris mais informativas espacialmente ou a de Jeffreys (de natureza puramente matemática).
2. Utilizar o método de regressão Bayesiano para outra área de estudos para testar se o mesmo melhora a avaliação em massa de imóveis.





## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS) – Avaliação de bens – parte 2: imóveis urbanos: Norma **NBR – 14.653-2/2011**, Rio de Janeiro: ABNT, 2011.

AMARAL, E. F. L.; INÁCIO, M. M. **Modelos Bayesianos**. Belo Horizonte, 2010. Disponível em: <<http://www.ernestoamaral.com/docs/dcp859b4-102/Aula142.pdf>>. Acesso em 15 mar. 2014.

AMARAL, J. A. S.; SILVA, R. G. **Spillovers no mercado de trabalho formal rural na região norte do Brasil: Uma abordagem por gênero**. Revista Espacios, Vol. 37 (Nº 07) Año 2016. Pág. 1.

ANDRADE, P. C. de R. **Comparação múltiplas Bayesianas em modelos normais homocedásticos e heterocedásticos**. Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentos Agropecuária – Universidade Federal de Lavras. Lavras/MG, 2008. 109p.

ANDRADE, P. J. N. **Sistemas Especialistas de Apoio ao Diagnóstico em Medicina. Relações com o Teorema de Bayes e com a Lógica do Raciocínio Diagnóstico**. Fortaleza, 1999. Disponível em: <<http://publicacoes.cardiol.br/abc/1999/7306/73060008.pdf>>. Acesso em 21 out. 2014.

ANSELIN, L. **Spatial Econometrics**. Discussion paper. Bruton Center, School of Social Sciences, University of Texas at Dallas, 1999a.

ANSELIN, L. **Exploring Spatial Data with GeoDa™: A Workbook**. Department of Geography, University of Illinois, 2005.

AVERBECK, C. E.; LOCH, C.; OLIVEIRA, R. Planta de Valores Genéricos: Necessidade de Compromisso com a Realidade de Mercado. In: **Anais do 5º Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário – COBRAC 2002**. Publicado em CD-ROM. Florianópolis, 2002.

AYRES, A. **Como avaliar imóveis**. São Paulo: Editora Imobiliária, 1996.

BÄHR, H. P. Cartografia Orientada para o Cadastro: uma Visão alemã. In: **Anais I Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário**. Florianópolis, 1994.

BARROS, E. A. C.; SIMÕES, P. A.; ACHCAR, J. A.; MARTINEZ, E. Z.; SHIMANO, A. C. **Métodos de estimação em regressão linear múltipla: aplicação a dados clínicos**. Revista Colombiana de Estadística, volumen 31, nº 1, Junio 2008. pp. 111 a 129.

BERNARDO, J. M. **Bayesian Statistics**. Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS). Paris: UNESCO (to appear) 2001.

BERNARDO, J. M. **Reference Analysis**. Handbook of Statistics, 2005. pages 17 – 90.

BERNARDO, J. M.; SMITH, A. F. M. **Bayesian Theory**. Wiley, Chichester, 2000.

BIBBY, J.; TOUTENBURG, H. **Prediction and improved estimation in linear models**. New York: John Wiley , 1977. p.188.

BOX, G. E. P.; HUNTER, W. G.; HUNTER, J. S. **Statistics for experimenters**. New York: John Willey, 1978.

BOX, G. E. P.; TIAO, G. C. **Bayesian inference in statistical analysis**. Menlo Park, California: Addison-Wesley Publishing Company, 1973.

BOX, G. E. P.; TIAO, G. C. **Bayesian Inference in Statistical Analysis**. Wiley Classics Library ed. Wiley-Interscience, 1992.

BRASIL. Departamento Nacional de Produção Mineral. **Geoestatística Operacional, por Pedro Alfonso Garcia Guerra**. Brasília, 1988.

BRASIL, G. H. **Minicurso Noções de Estatística Bayesiana**. Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) DEST/PPGECO/PPGGP, Vitória, 2012.

BURROUGH, P. A. **Principles of geographical information systems for land resources assessment**. Oxford, Clarendon Press, 1987.

CÂMARA, G., FELGUEIRAS, C. A., CAMARGO, E. C. G., PAIVA, J. A., NEVES, M. C., CARVALHO, M. S., CRUZ, O. G., BÖNISCH, S. **Análise Espacial de Dados Geográficos**. São José dos Campos, INPE, 2003 - on-line (3a. edição, revista e ampliada). Dezembro 2004. Disponível em: <<http://www.dpi.inpe.br/gilberto/tutoriais/analise/>> Acesso em 10 fev. 2007.

CÂMARA G., DRUCK S., CARVALHO M. S., MONTEIRO A. M. V., CAMARGO E. C. G., FELGUEIRA C. A. **Análise Espacial de Dados Geográficos**. Planaltina: Embrapa Cerrados; 2004.

CAMARGO, E. C. G. **Desenvolvimento, implementação e teste de procedimentos geoestatísticos (Krigagem) no sistema de processamento de informações georreferenciadas (Spring)**. Dissertação (Mestrado) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. São José dos Campos, 1997. 123p.

CAMARGO, E. C. G. **Distribuição espacial do risco associado a eventos raros por geoestatística binominal e simulação condicionada**. (INPE-14800-TDI/1243). Tese (Doutorado em Sensoriamento Remoto) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2007. 149 p.

CAMARGO, E. C. G.; FUCKS, S. D.; CÂMARA, G. **Análise Espacial de Superfícies**. In: **Análise Espacial**. Capítulo 3. INPE, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2002.

CAMARGO, M. B. P.; PEDRO JUNIOR., M. J.; PALLONE F. O. W. J.; ASTOLPHO, F. Mapeamento das probabilidades de ocorrência de geadas no Estado de São Paulo a partir de modelos digitais de elevação obtidos por sensoriamento remoto orbital. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA, 3., 2002, Salvador, BA. **Anais...** Salvador: SBEA, 2002. p.2641-2644. 2002b.

CAMARGO, E. C. G.; FUCKS, S. D. (2001). **Geoestatística: fundamentos e aplicações**. In: CÂMARA, G. Geoprocessamento: teoria e aplicações. Disponível em: <<http://www.dpi.inpe.br/gilberto/livro>> Acesso em: 03 jul. 2004.

CAN, A. **The Measurement of Neighborhood Dynamics in Urban House Prices**. *Economic Geography*, vol. 66, pp. 254-272, 1990.

CAN, A. **Specification and estimation of hedonic housing price models**. Regional Science and Urban Economics, n. 22, pag. 453-474, 1992.

CAN, A. GIS and Spatial Analysis of Housing and Mortgage Markets. **Journal of Housing Research**, v.9, 1998.

CARMO, E. M.; NETTO, L. R. G. Cadastro territorial multifinalitário e planejamento urbano, instrumentos de domínio e poder. **Anais do III Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação**, 2010.

CARROLL, J. L. **A Bayesian Decision Theoretical Approach to Supervised Learning, Selective Sampling, and Empirical Function Optimization**. A dissertation submitted to the faculty of Brigham Young University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 2010. 357p.

CARVALHO, M. S. **Aplicação de métodos de análise espacial na caracterização de áreas de risco a saúde**. Tese Doutorado em Engenharia Biomédica. Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, 1997.

CESARE, C. de. **Valuación de inmuebles para fines fiscales**. Impuesto a la propiedad inmobiliaria. Lincoln Institute of Land Policy, 2004.

CHRISTENSEN, R.; JOHNSON, W.; BRANSCUM, A.; HANSON, T. E. **Bayesian Ideas and Data Analysis An Introduction for Scientists and Statisticians**. CHAPMAN & HALL/CRC, Boca Raton, FL, 2011.

COLEMAN, D. E.; MONTEGOMERY, D. C. **A systematic approach to planning for a designed industrial experiment**. Technometrics, v.35, n.1. [S.I.], 1993.

CRESSIE, N. A. C. **Statistics for Spatial Data**. Revised Edition, John Wiley & Sons, Inc., 1993.

DALE, P. F.; MCLAUGHLIN, J. D. **Land information management, an introduction with special reference to cadastral problems in third world countries**. Oxford (USA): Oxford University Press, 1990.

DANTAS, R. A. **Modelos Espaciais Aplicados ao Mercado Habitacional um Estudo de Caso Para a Cidade do Recife**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2003. 133p.

DANTAS, R. A. **Engenharia de Avaliações: uma introdução à metodologia científica**. São Paulo: Pini, 2005.

DANTAS, R., MAGALHÃES, A., VERGOLINO, J. R. O. Uma nova metodologia para avaliação de imóveis utilizando regressão espacial. **Anais do XII Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias - XII COBREAP**. Belo Horizonte, 2003.

DAVIS, P. The IAAO Standard on Ratio Studies: a Framework for Order and Progress in Assessment Performance Evaluation. **Anais do Seminário Internacional sobre Tributação Imobiliária**. Porto Alegre, 2001.

DELFINER, P.; DELHOMME, J. P. Optimum interpolation by Kriging. In: Davis, J. C.; McCullagh, M. J. ed. **Display and analysis of spatial data**. New York, John Wiley, 1975.

DIGGLE, P. J.; RIBEIRO JR., P. J. **Model-Based geostatistics**. Caxambu: ABE, 2000. 129p.

DIGGLE, P. J.; RIBEIRO JR., P. J. **Model-Based geostatistics**. New York: Springer, 2007. 228p.

DiMAGGIO, C. **Spatial epidemiology notes applications and vignettes in R**. Center for Injury Epidemiology and Prevention Columbia University, NY, 2014. 178p.

DUBIN, R. **Estimation of Regression Coefficients in the Presence of Spatially Autocorrelated Error Terms**. The Review of Economics and Statistics, Vol. 70, 3, pp. 466-474, 1988.

EHLERS, R. S. **Introdução a Inferência Bayesiana**. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

EHLERS, R. S. **Capítulo 2: Distribuições a Priori**. Disponível em: <<http://www.icmc.usp.br/~ehlers/bayes/cap2.pdf>> Acesso em 27 set. 2015.

ELLISON, A. M. **Bayesian inference in ecology**. Harvard University, Ecology Letters, (2004) 7: 509–520.

FALCÃO, A. J. S.; MARTINS, E. N.; COSTA, C. N.; SAKAGUTI, E. S.; MAZUCHELI, J. Aplicação de métodos REML e Bayesiano via amostrador de Gibbs na estimação de componentes de variância para produção de leite no estado do Paraná. In: SIMPÓSIO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE MELHORAMENTO ANIMAL, 5., 2004, Pirassununga. **Anais**. Pirassununga: SBMA, 2004. CD-ROM.

GALVÃO, M. L.; HORNBURG, R. A.; WEISE, A. D. Utilizando SIG como Ferramenta de Apoio na Confecção e Execução de Planta de Valores Genéricos. Estudo de caso Jurerê, Florianópolis, SC. **Anais do COBRAC 2008 • Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário**, 2008.

GAMERMAN, D.; LOPES, H. F. **Markov Chain Monte Carlo: Stochastic Simulation for Bayesian Inference**. 2.ed. New York: Chapman and Hall/CRC, 2006.

GAMERMAN, D.; MIGON, H. S. **Inferência estatística: uma abordagem integrada**. Rio de Janeiro: UFRJ. Instituto de Matemática, 1997.

GANGSEI, L. E. **A Bayesian method for estimating moose (Alces alces) population size based on hunter observations and killed at age data**. Master Thesis in the Department of Chemistry, Biotechnology and Food Science, Norwegian University of Life Sciences, 2013.

GELMAN, A.; CARLIN, J. B.; STERN, I. S.; RUBIN, D. B. **Bayesian Data Analysis**. London: Chapman and Hall, 2003. 668p.

GIANOLA, D.; FERNANDO, R. L. **Bayesian methods in animal breeding theory**. J. Anim. Sci., v.63, p.217-44, 1986.

GIANOLA, D.; FOULLEY, J. L. **Variance estimation from integrated likelihood (VEIL)**. Genetics Selection Evolution, v.22, p.403-417, 1990.

GIANOLA D.; IM S.; MACEDO F. W. **A framework for prediction of breeding value**. In: Advances in Statistical Methods for Genetic Improvement of Livestock (D Gianola, K Hammond eds), Springer-Verlag, Berlin, 210-238, 1990.

GIL, A. C. **Como elaborar projeto de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2010.

GONZÁLEZ, M. A. S. Desenvolvimento de Planta de Valores com Sistemas de Informações Geográficas e ITBI. In. **Anais do 2º Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico**, 1996.

GONZÁLEZ, M. A. S. **Aplicação de Técnicas de Descobrimento de Conhecimento em Base de Dados e de Inteligência Artificial em Avaliações de Imóveis**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2002. 296p.

GOOGLE EARTH-MAPAS. **Google Maps**. Disponível em: <<https://maps.google.com>> Acesso em 21 mar. 2016.

GOŞONI, L. **Development of Bayesian geostatistical models with applications in malaria epidemiology**. Thesis Doktors, Universität Basel, Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät, 2008. 166p.

GUERRA P. A. G. **Geoestatística operacional**. Brasília: Departamento Nacional da Produção Mineral, 1988.

HAESBAERT, R. **O mito da desterritorialização**. 2ª edição. Rio de Janeiro: Editora Bertrand Brasil, 2006.

HAINLINE, A. E. **Frequentist and bayesian modeling in the presence of unmeasured confounding**. A Thesis Submitted to the Faculty of Baylor University In Partial Fulfillment of the Requirements for the Honors Program. Waco, Texas May 2013. 56p.

HASENACK, M.; CABRAL, C. R. **O Cadastro No Estado De Baden-Württemberg, Um Exemplo Para O Brasil**. II SIMGEO (Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Informação) . Recife-PE, 2008.

HENSSEN, J. L. G.; WILLIAMSON, I. P. **Land registration, cadastre and its interaction – a world perspective**. Institution os Surveyors. Australia. 1997.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Cidades**. Disponível em: <http://www.cidades.ibge.gov.br/painel/painel.php?lang=&codmun=420200&search=santa-catarina%7Cbalneario-camboriu%7Cinfograficos:-dados-gerais-do-municipio>. Acesso em 02 fev. 2015.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Sistema Geodésico Brasileiro**. Disponível em: [http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/bdgpessq\\_googlemaps.php#tabela\\_dados](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/bdgpessq_googlemaps.php#tabela_dados) Acesso em 07 mar. 2016.

ISAACS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. **An Introduction to Applied Geostatistics**. NY: Oxford University Press, Inc., 1989.

JEFFREYS, H. **Theory of probability**. Oxford: Claredon, 1961. 325p.

KARABATSOS, G. (2014). **Bayesian Regression: Nonparametric and Parametric Models**. Version 2014b [Software]. University of Illinois-Chicago. Available from <http://www.uic.edu/~georgek/HomePage/BayesSoftware.html>

LANDIM, P. M. B. **Sobre geoestatística e mapas**. Terra e Didática, v.2, p.19-33, 2006.

LARSSON, G. **Land Registration and Cadastral Systems**, Longman Scientific and Technical, Essex, 1991.

LAVINE, M. **What is Bayesian statistics and why everything else is wrong**. Technical report, Duke University, North Carolina, 2000.

LEMONS, M. B. et al. A Organização Territorial da Indústria no Brasil. In: NEGRI, J. A.; SERGIO, M. (Orgs.). **Inovações, Padrões Tecnológicos e Desempenhos das Firms Industriais Brasileiras**. Brasília: IPEA, 2005, p. 325-363.



LIMA, B. R. **A mudança da modalidade de lançamento do IPTU no município de Florianópolis: Implicações Administrativo-Fiscais.** Artigo mestrado. Florianópolis. 2004, 20p.

LIMA, O. P.; PHILIPS, J. A importância do cadastro no processo civilizatório. Florianópolis, SC. **Anais do COBRAC 2010 • Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário**, 2010.

LIPORONI, A. S. **Instrumentos para gestão tributária de cidades.** Livraria e Editora Universitária de Direito. São Paulo. 2003. 158p.

LOPES, S. B.; BRONDINO, N. C. M.; SILVA, A. N. R. **Análise Do Desempenho De Modelos De Regressão Espacial Na Previsão De Demanda Por Transportes.** In: XIV Congreso Panamericano de Ingeniería de Tránsito y Transporte, 2006, Las Palmas de Gran Canaria. XIV PANAM, 2006.

MATHERON, G.: **Les Variables Regionalisées et Leur Estimation**, Masson, Paris. 1965.

MATTOS, N. M. C.; SILVA, R. R. da. Inferência Bayesiana via simulação estocástica com implementação no programa WinBUGS. **Anais do XXXIV SBPO – Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – 8 a 11 de novembro de 2002, Rio de Janeiro/RJ.**

MEYER, A. S. **Uma abordagem Bayesiana para mapeamento de QTLs em população experimentais.** Tese de Doutorado, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo. Piracicaba, 2009. 130p.

MINASNY, B.; MACBRATNEY, A. The Matérn function as a general model for soil variograms. **Geoderma**. V. 128, n. 3-4, p. 192-207, 2005.

MÖLLER, L. F. C. **Planta de valores genéricos: avaliação coletiva de imóveis para fins tributários.** Porto Alegre: Sagra-DC Luzzatto, 1995.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to statistical quality control.** 3rd. ed. New York: Wiley, 1997.

OLIVEIRA, M. C. N. **Métodos de estimação de parâmetros em modelos geostatísticos com diferentes estruturas de covariâncias: uma aplicação ao teor de cálcio no solo.** Tese de Doutorado, Escola Superior de Agricultura “Luis de Queiroz”, Universidade de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Agronomia, 2003.

OLIVER, M. A. Exploring soil spacial variation geostatistically. In: **European Conference On Precision Agriculture**, 2. 1999, Dinamarca, Silsoe, Sheffield, 1999.

PAIVA, W. L.; KHAN, A. S. Dependência espacial e emprego formal: O que é possível afirmar para indústria cearense?. In. **Anais** do VI Encontro de Economia do Ceará em Debate. Fortaleza - CE, 05 de novembro de 2010.

PAULINO, C. D.; TURKMAN, M. A. A.; MURTEIRA, B. **Estatística Bayesiana.** Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2003.

PELEGRINA, M. A.; MOLLER, L. F. C.; BASTOS, L. C.; HOCHHEIM, N. Importância Da Análise Da Consistência Cadastral Aplicada Ao Cadastro Fiscal (Tributário). In. **Anais** do II Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. Recife, 2008.

PELEGRINA, M. A.; VALMORBIDA, L. **Diagnóstico da cartografia aplicada ao cadastro fiscal – Estudo de caso município de Cascavel – PR.** III Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. Recife – PE, 2010. p. 001 – 009.

PENA, S. D. Bayes: o ‘cara’!. **Ciência Hoje**, Rio de Janeiro, v.38, n.228, p. 22 – 29, jul. 2006. Disponível em: <[http://cienciahoje.uol.com.br/banco-de-imagens/lg/protected/ch/228/bayes.pdf/at\\_download/file](http://cienciahoje.uol.com.br/banco-de-imagens/lg/protected/ch/228/bayes.pdf/at_download/file)>. Acesso em 21 out. 2013.

PHILIPS, J. Os dez mandamentos de um cadastro imobiliário. In **Anais** do Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário – COBRAC. Florianópolis, 1996.

PHILIPS, J, El. El cadastro inmobiliario de Brasil y Argentina 21. In: **Anais** do I Seminário Internacional sobre Sistemas Cadastrais. Bogotá. Colômbia. 2000.

PHILIPS, J. O Cadastro de Napoleão. In: VI Encontro Gaúcho de Agrimensura e Cartografia, **Anais**. Santo Ângelo, 2003.

POLI, C. R.; FRANCO, E. R.; ROCHA, R. J. de G.; AKIN, R. G. Planta de Valores Genéricos de Zona Residencial do Município de Fazenda Rio Grande – PR. XVI COBREAP Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias, **Anais**. Manaus, 2011.

POLIDORO, M. J. F. P. **Metodologia Bayesiana e adequação de modelos**. Tese de Doutorado em Estatística e Investigação Operacional – Universidade de Lisboa, 2013.

PRAIA DE CAMBORIÚ. **História de Balneário Camboriú**. Disponível em: < <http://www.praiacamboriu.com.br/historia.php>> Acesso em 02 fev. 2015.

RADEGAZ, N. J. **Avaliação de bens: princípios básicos e aplicações**. São Paulo: Liv. e Ed. Universitária de Direito, 2011.

RAMPAZZO, D. R. **Consequências da desatualização da Planta de Valores Genéricos de Curitiba**. Especialize – IPOG, Goiânia. v. 3. p. 01-13, mai. 2012.

REIS, I. A. Integração entre SIG e Modelos Inferenciais Bayesianos. **Anais** do VII Simpósio Brasileiro de Geoinformação, Campos do Jordão, Brasil, INPE, p. 292-299, 20-23 novembro 2005.

RESENDE, M. D. V. de. **Inferência Bayesiana e simulação estocástica (amostragem de Gibbs) na estimação de componentes de variância e de valores genéticos em plantas perenes**. Colombo: Embrapa Florestas, 2000. 68p. (Embrapa Florestas. Documentos, 46).

RESENDE, M.; BRIGHENTI, C. R. G. **Sensibilidade da *priori* na análise Bayesiana de dados provenientes da distribuição normal**. Revista da Estatística UFPO, Vol III(3) – Edição especial: 59ª Reunião Anual da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria – RBRAS – Universidade Federal de Ouro Preto (UFPO), 2014.

RESENDE, M. D. V. de; DUDA, L. L.; GUIMARÃES, P. R. B., FERNANDES, J. S. C. **Análise de modelos lineares mistos via inferência Bayesiana**. Rev. Mat. Estat., São Paulo, 19: 41-70, 2001.

RIBEIRO JR., P.J. and DIGGLE, P.J. (2001) **geoR: A package for geostatistical analysis**. R-NEWS Vol 1, No 2. ISSN 1609-3631.

ROSSI, R. M., GASPARINI, D. C. S. **O uso de procedimentos estatísticos para comparação da produção de ovos considerando diferentes tratamentos e linhagens de codornas**. Revista Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas v. 33, n. 1 – Universidade Estadual de Londrina (UEL), 2012.

RUTHKOWSKI, E. L. B. **Cadastro técnico rural – Situação e expectativa**. In: Seminário Nacional de Cadastro Técnico Rural e Urbano, Curitiba, 1987.

SALVIANO, A. A. C. **Variabilidade de atributos de solo e de Crotalaria juncea em solo degradado do município de Piracicaba-SP**. Tese de Doutorado, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo. Piracicaba, 1996. 91p.

SCACABAROZI, F. N.; DINIZ, C. A. R. **Uma comparação entre intervalos de credibilidade e o intervalo de confiança clássico para o parâmetro da Distribuição de Poisson**. 19º SINAPE - Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística. São Pedro-SP, 2010.

SERRANO, R. M.; VALCARCE, E. V. **Técnicas econométricas para el tratamiento de dados espaciales: la econométrica espacial**. Edicions Universita de Barcelona, Barcelona, 2000.

SILVA, A. P. **Variabilidade espacial de atributos físicos do solo**. Tese de Doutorado, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo. Piracicaba, 1988. 105p.

SILVA, E.; RAMOS, L. S.; LOCH, C. Considerações sobre a elaboração de uma planta de valores genéricos. In: 5º Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário, Florianópolis. **Anais**: CD, 2002a.

SILVA, E. **Cadastro técnico multifinalitário: base fundamental para avaliação em massa de imóveis**. Florianópolis, 2006. Tese de doutorado em engenharia civil, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 220p.

SILVA, L. R. da. **Análise da rentabilidade das ações que visam a modernização dos instrumentos que auxiliam na gestão dos tributos municipais – estudo de caso no estado do Pará**. Florianópolis, 2005. Tese de doutorado em engenharia civil, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, 219p.

SILVA, E.; MENEZES, E. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. Florianópolis: Laboratório de ensino à distância, 2001.

SIMÕES, P.; SHRUBSALL, S.; NATÁRIO, I. **A Spatial Econometrics Analysis for Road Accidents in Lisbon**. Computational Science and its Applications - ICCSA 2014, PT III - Lecture Notes in Computer Science. ISBN 978-3-319-09150-1. Vol. 8581 (2014), pp. 269-283.

SOARES, A. F. **Uso do Módulo “Análise” do SPRING (Versão 3.2.02) Para Estudos de Dados Climáticos**. Embrapa. Campinas – SP. 2002.

SORENSEN, D. **Gibbs Sampling in quantitative genetics**. Intern Report, nº 82, Danish Institute of Animal. Department of Breeding and Genetics, Denmark, 1996.

SORENSEN, D.; WANG, C. S.; JENSEN, J.; GIANOLA, D. Bayesian analysis of genetic change due to selection using Gibbs sampling. **Genetic Selection Evolution**, v. 26, p.333-360, 1994.

SOUZA, M. V. P. de. **Uma Abordagem Bayesiana para o Cálculo dos Custos Operacionais Eficientes das Distribuidoras de Energia Elétrica**. Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2008.

SUN, L.; HSU, J. S. J.; GUTTMAN, I.; LEONARD, T. Bayesian methods for variance component models. **Journal of the American Statistical Association**, v.91, n.434, p.743-52, 1996.

THOFEHRN, R. **Avaliação em massa de imóveis urbanos: para cálculo de IPTU e ITBI**. São Paulo: Pini, 2010.

TRIVELLONI, C. A. P. **Método Para Determinação do Valor da Localização Com Uso de Técnicas Inferênciais e Geoestatísticas na Avaliação Em Massa de Imóveis**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2005.

TRIVELLONI, C. A. P., HOCHHEIM, N. O valor de localização dos imóveis: determinação por métodos de análise espacial. **Anais** do XIII Congresso Brasileiro de Engenharia de Avaliações e Perícias - XIII COBREAP. Fortaleza, 2006.

VERGARA, S. C.: **Projetos e Relatórios de Pesquisa em Administração**. 2ª edição. São Paulo: Atlas, 1998.

VERGARA, S. C.: **Métodos de Pesquisa em Administração**. 2ª edição. São Paulo: Atlas, 2005.

WETTIG, H. **Probabilistic, Information-Theoretic Models for Etymological Alignment**. PhD Thesis presented at the Faculty of Science of the University of Helsinki, 2013.

WIKIPEDIA. **Mapa localizador da cidade de Balneário Camboriú em Santa Catarina**. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:SantaCatarina\\_Municip\\_BalnearioCamboriu.svg](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:SantaCatarina_Municip_BalnearioCamboriu.svg)>. Acesso em 06 mar. 2016.

YANG, R.; BERGER, J. O. **A Catalog of Noninformative Priors**. Tech. Rep., 1997. pages ISDS 97 – 42.

ZANCAN, E. C. **Avaliações de Imóveis em Massa para Efeitos de Tributos Municipais**. Rocha, Florianópolis, 1996.

ZIMBACK, C. R. L. **Geoestatística**. Apostila de Geoestatística, Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências Agrônômicas, 2003.

## APÊNDICE

Dados:

E	N	Frente	Andar	Idade	ND	DP	AT	VU
735599,07	7011758,10	1	3	39	3	10	150	R\$ 1.800,00
735852,63	7011480,73	1	7	22	3	10	156	R\$ 2.371,79
736068,09	7011239,33	1	6	11	3	10	164,92	R\$ 1.819,06
736174,48	7011144,65	1	4	6	3	10	238,65	R\$ 3.142,68
735865,87	7011466,85	1	12	15	3	10	250	R\$ 2.800,00
735262,55	7012414,70	1	9	14	3	10	300	R\$ 2.666,67
735451,53	7011949,55	1	1	20	3	10	374	R\$ 2.272,73
735299,79	7012261,24	1	19	8	4	10	290	R\$ 2.931,03
735852,73	7011480,73	1	6	15	3	10	160	R\$ 2.437,50
734941,18	7012848,19	1	8	20	3	10	200	R\$ 1.900,00
735759,51	7011571,61	1	5	25	2	10	100	R\$ 2.000,00
735759,61	7011571,61	0	11	25	2	10	100	R\$ 1.200,00
735946,00	7011376,65	1	28	0	3	10	270	R\$ 3.148,15
737423,74	7010634,80	1	10	7	3	10	215	R\$ 2.093,02
734699,30	7014022,23	0	6	33	3	10	99,08	R\$ 1.816,71
734693,10	7013834,23	1	23	15	3	10	234,25	R\$ 2.475,99

Continua

## Continuação

E	N	Frente	Andar	Idade	ND	DP	AT	VU
734704,13	7014115,37	1	12	11	3	10	206,69	R\$ 2.419,08
736068,13	7011239,33	1	13	18	3	10	186	R\$ 1.881,72
734789,37	7014350,37	1	1	2	4	10	424	R\$ 2.311,32
734825,13	7013147,56	1	4	24	3	10	229	R\$ 2.096,07
736905,36	7010689,63	0	13	10	2	10	85	R\$ 1.411,76
734733,80	7013653,11	0	13	5	3	10	259	R\$ 1.389,96
734758,33	7013488,69	1	11	5	3	10	200	R\$ 2.750,00
735086,66	7012678,40	1	2	20	4	10	240	R\$ 2.000,00
734848,60	7013058,88	1	6	20	3	10	155	R\$ 1.612,90
735249,26	7012420,71	0	8	22	2	10	120	R\$ 1.166,67
734631,91	7013738,49	1	1	5	2	50	140	R\$ 1.142,86
735944,94	7011210,17	1	16	1	3	100	326	R\$ 1.533,74
734630,90	7013742,50	1	7	15	3	50	293,54	R\$ 1.192,34
734637,73	7013619,54	1	17	4	2	50	150	R\$ 1.600,00
734631,00	7013742,50	1	7	15	3	50	260	R\$ 1.019,23
734463,86	7013717,13	1	7	15	2	50	120	R\$ 1.083,33
735879,75	7011297,09	1	12	3	3	80	180	R\$ 1.944,44

Continua



Continuação

E	N	Frente	Andar	Idade	ND	DP	AT	VU
735241,98	7012213,11	1	6	0	2	30	167	R\$ 1.287,43
735213,01	7011100,91	1	14	20	3	20	173	R\$ 1.098,27
735713,86	7011146,35	1	16	2	3	80	180	R\$ 1.833,33
735129,34	7012433,72	1	14	5	3	50	220	R\$ 1.568,18
736209,67	7010951,98	1	4	2	3	120	174	R\$ 1.609,20
735964,48	7010655,64	1	6	3	3	200	170	R\$ 1.000,00
734523,54	7013949,59	1	8	1,5	3	70	190	R\$ 1.578,95
734680,26	7013328,97	1	6	0,5	3	50	240	R\$ 1.625,00
736153,04	7010924,01	1	8	1	3	120	185	R\$ 1.378,38
735129,44	7012433,72	1	8	5	3	100	160	R\$ 1.437,50
735879,80	7011297,09	1	8	4	3	100	200	R\$ 1.300,00
735879,65	7011297,09	1	7	4	3	100	200	R\$ 1.425,00
734673,37	7013777,73	0	5	5	3	50	170	R\$ 1.441,18
734637,83	7013619,54	1	18	4	2	150	150	R\$ 1.466,67
734802,91	7011522,86	1	4	10	3	40	200	R\$ 875,00
734794,86	7012623,79	0	3	12	1	100	80	R\$ 937,50
735477,81	7011815,48	1	15	2	3	50	220	R\$ 2.113,64

Continua

Continuação

E	N	Frente	Andar	Idade	ND	DP	AT	VU
735713,01	7011100,91	0	7	15	2	30	110	R\$ 981,82
734849,86	7012638,95	1	19	25	4	20	237	R\$ 1.687,76
735480,04	7011712,67	0	2	15	2	100	146	R\$ 1.027,40
735993,76	7010929,12	1	11	1	2	320	160,48	R\$ 1.028,17
734650,04	7013147,41	0	9	18	2	150	120	R\$ 750,00
734430,09	7011456,80	1	7	14	3	200	130	R\$ 1.230,77
734603,46	7012908,61	1	6	5	2	200	100	R\$ 1.650,00
735812,99	7011342,47	1	12	0	2	500	160	R\$ 1.031,25
734511,51	7013063,43	1	2	3	3	300	140	R\$ 1.250,00
734423,05	7013176,16	1	2	4	2	200	87,95	R\$ 1.341,67
734349,25	7013175,54	1	3	15	2	300	140	R\$ 857,14
734431,56	7013338,84	1	10	3	3	200	150	R\$ 1.533,33
734353,03	7013409,59	1	5	16	2	200	115	R\$ 739,13
733902,66	7012764,17	1	3	12	2	300	115	R\$ 800,00
734471,17	7012865,75	1	5	20	3	300	120	R\$ 958,33
733763,21	7012762,89	0	6	10	2	600	100	R\$ 950,00
734621,23	7012733,35	1	3	12	4	200	156	R\$ 1.089,74

Continua

Continuação

E	N	Frente	Andar	Idade	ND	DP	AT	VU
734500,95	7012950,11	1	13	1	3	200	190	R\$ 1.710,53
735292,43	7011600,25	1	7	2	2	300	140	R\$ 964,29
734496,92	7013180,32	1	12	1	3	300	150	R\$ 1.533,33
734429,11	7014755,06	1	5	3	2	200	140	R\$ 1.035,71
734442,68	7013036,45	1	3	2	3	300	175	R\$ 1.028,57
735361,44	7010876,51	1	7	1	3	200	175	R\$ 1.228,57
734469,61	7013588,88	1	10	2	2	200	145	R\$ 1.103,45
734484,73	7013643,58	1	5	5	2	200	152	R\$ 934,21
735119,77	7011651,60	1	1	15	3	400	180	R\$ 944,44
735563,28	7010948,65	1	3	0	2	400	110	R\$ 1.000,00
734791,02	7011815,41	1	6	0	2	500	162	R\$ 1.148,15
734402,69	7011690,88	1	1	10	2	400	90	R\$ 1.055,56
734814,49	7012357,48	1	2	7	2	200	110	R\$ 909,09
734446,87	7013451,40	1	6	12	2	300	95	R\$ 1.000,00
734492,02	7013123,98	1	12	3	3	200	150	R\$ 1.600,00
735024,86	7012010,00	1	7	14	3	200	130	R\$ 1.230,77
734464,21	7012807,02	1	6	5	2	200	100	R\$ 1.650,00

Continua

Continuação

E	N	Frente	Andar	Idade	ND	DP	AT	VU
734509,04	7013137,97	1	2	3	3	300	140	R\$ 1.250,00
734423,08	7013177,93	1	2	4	2	200	87,95	R\$ 1.341,67
734349,18	7013177,43	1	3	15	2	300	140	R\$ 857,14
734431,89	7013340,61	1ri	10	3	3	200	150	R\$ 1.533,33
734371,75	7013619,09	1	5	16	2	200	115	R\$ 739,13
734406,71	7012494,16	1	3	12	2	300	115	R\$ 800,00
734633,83	7013856,95	1	5	20	3	300	120	R\$ 958,33
734501,00	7012950,11	0	6	10	2	600	100	R\$ 950,00
734550,39	7012774,37	1	3	12	4	200	156	R\$ 1.089,74
734483,79	7012948,38	1	13	0,5	3	200	190	R\$ 1.710,53
734496,89	7013178,54	1	12	1	3	300	150	R\$ 1.533,33
735363,22	7010876,14	1	7	1	3	200	175	R\$ 1.228,57
734469,28	7013587,11	1	10	2	2	200	145	R\$ 1.103,45
734493,69	7013708,04	1	5	5	2	200	152	R\$ 934,21
735270,18	7011821,60	1	1	15	3	400	180	R\$ 944,44
734316,13	7011633,97	1	1	10	2	400	90	R\$ 1.055,56

Continua

Continuação

E	N	Frente	Andar	Idade	ND	DP	AT	VU
734816,00	7012358,45	1	2	7	2	200	110	R\$ 909,09
734446,54	7013449,53	1	6	12	2	300	95	R\$ 1.000,00
734492,35	7013122,20	1	12	3	3	200	150	R\$ 1.600,00
734642,15	7012715,89	0	18	14	2	200	112,59	R\$ 1.243,45